200 Vraagstukken Fysische Transportverschijnselen

van den Akker, H.E.A.; Mudde, R.F.; Stammers, Ed

DOI
10.5074/t.2023.003

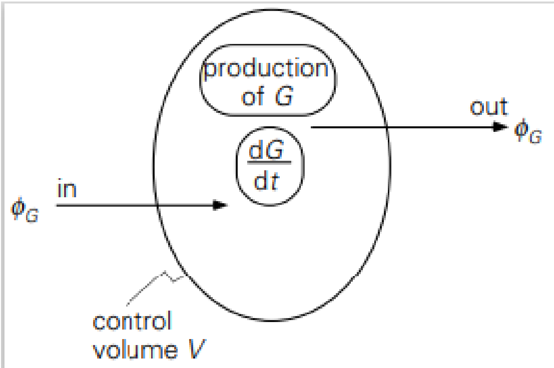
Publication date
2023

Document Version
Final published version

Citation (APA)
van den Akker, H. E. A., Mudde, R. F., & Stammers, E. (2023). *200 Vraagstukken Fysische Transportverschijnselen*. (3e druk ed.) TU Delft OPEN. https://doi.org/10.5074/t.2023.003

200 Vraagstukken Fysische Transportverschijnselen

Harrie van de Akker, Robert F. Mudde & Ed Stammers



TU Delft OPEN

200 Vraagstukken
Fysische Transportverschijnselen

verzameld en herzien door

H.E.A. van den Akker
R.F. Mudde en
E. Stammers

Paperback/softback: 978-94-6366-682-4
E-boek PDF: 978-94-6366-681-7
DOI:https://doi.org/10.5074/t.2023.003

NUR 924

Trefw.: natuurkunde. transportverschijnselen

Voorwoord

Deze vraagstukkenbundel is bedoeld als oefenmateriaal bij het bestuderen van de basiscolleges Fysische Transportverschijnselen, zoals die aan de TU Delft worden gegeven. De vraagstukken zijn afkomstig uit oude vraagstukkenbundels en uit recente tentamens. Wij hebben de formulering van veel van deze vraagstukken herzien. Vooral door de vraagstukken in meerdere onderdelen te splitsen, hopen we aan te geven dat een stapsgewijze aanpak, veelal gebaseerd op één of meer balansen, een bruikbaar recept voor het oplossen van de opgaven is. Overigens is deze splitsing bij lang niet alle opgaven doorgevoerd om aan studenten de gelegenheid te geven juist dit moeilijke facet zelf te oefenen.

Fysische Transportverschijnselen is een vak dat de meeste studenten slechts door het maken van veel vraagstukken onder de knie krijgen. Belangrijk hierbij is dat de student niet snel opgeeft, maar blijft zoeken naar (meestal) de juiste balans over het juiste (zelf gekozen) volume! Een goed hulpmiddel bij het vinden van een oplossing is het maken van een plaatje waarin enkel de relevante grootheden en stromen geschetst worden. Tracht van elke opgave een goede voorstelling te krijgen, voordat de eerste formules op het papier verschijnen.
Soms zijn voor het oplossen van de vraagstukken aanvullende gegevens nodig. Deze zijn te vinden in ‘Transport Phenomena Data Companion’, door prof.dr.ir. L.P.B.M. Janssen en dr.ir. M.M.C.G. Warmoeskerken (uitgave Delft University Press).
Wij verzoeken gebruikers van deze bundel hun op- en aanmerkingen aan ons door te geven.

Delft, zomer 1990 — Dr. R.F. Mudde
Dr.ir. E. Stammers

Voorwoord bij de tweede druk

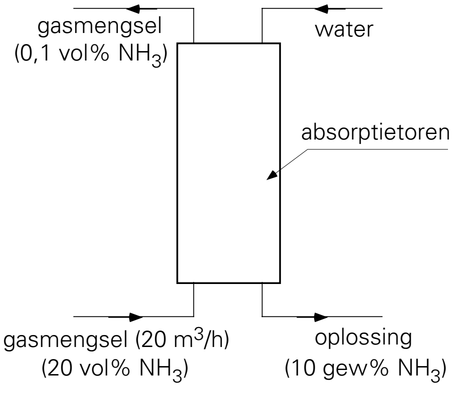
In deze nieuwe druk is het aantal vraagstukken aanzienlijk uitgebreid, vooral in het eerste hoofdstuk. Tevens zijn aan de andere hoofdstukken vraagstukken toegevoegd die afkomstig zijn uit recente tentamens van het college Fysische Transportverschijnselen. Tenslotte zijn de verdeling van de vraagstukken over de hoofdstukken en de volgorde aangepast aan de volgorde in het boek Fysische Transportverschijnselen I (ISBN 90-407-1204-2), dat thans gebruikt wordt bij het college.
Voorts zijn er fouten uit de eerste druk verwijderd. Dank aan allen die op- en aanmerkingen hebben gemaakt.

Delft, zomer 1997 — Dr. R.F. Mudde

Inhoud

1 Balansen

1.1. Men maakt een oplossing van ammoniak (NH_3) in water (10 gewichts% NH_3) door een ammoniak-luchtmengsel in contact te brengen met water.



Figuur 1.1. Figuur bij vraagstuk 1.1.

Dit proces gebeurt in tegenstroom in een absorptietoren (zie figuur 1.1). Er komt 20 m^3/h ammoniak-luchtmengsel de toren binnen; hiervan is 20 volume% NH_3. Het gasmengsel dat de toren verlaat bevat 0,1 volume% NH_3. De druk is overal 10^5 N/m^2 en de temperatuur is overal 20 °C.
Ammoniak gedraagt zich onder de gegeven omstandigheden als een ideaal gas. De gasconstante is R = 8,3·10^3 J/kmol K. De molaire massa van ammoniak bedraagt M = 17 kg/kmol. Er lost geen lucht in water op. De toestand is stationair.

a. Stel een massabalans op voor de lucht in de absorptietoren en bereken hiermee de volumestroom van het uitgaande gasmengsel.

b. Stel een massabalans op voor het ammoniakgas in de absorptietoren en bereken hiermee de massastroom van de geproduceerde ammoniakoplossing.

1.2. In een 12-uurs test-run zijn voor een kolengestookte stoomketel in stationaire operatie de volgende gegevens bepaald:

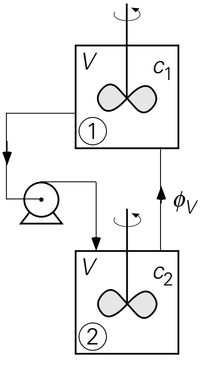
samenstelling van gestookte kool:	koolstof	65,93 %
(in gewichtspercentages)	waterstof	3,50 %
	stikstof	1,30 %
	gebonden water	6,31 %
	vrij water	4,38 %

	as	18,58 %
	totaal	100 %
samenstelling van de rookgassen:	CO_2	11,66 %
(in molpercentages)	CO	0,04 %
	O_2	6,52 %
	N_2	81,78 %
	totaal	100 %

a. Hoeveel kmol (droog) gas verlaat, per 100 kg gestookte kool, de schoorsteen, als, per 100 kg kool, 2,67 kg koolstof de stookruimte met de as via de asuitlaat verlaat? (Stel een massabalans over de koolstof op).

b. Hoeveel kg verbrandingslucht (met 21 mol-% O_2) wordt gebruikt voor 100 kg kool? Hint: het is niet noodzakelijk om weer met een koolstofbalans te werken.

1.3. *Zie figuur 1.2.* Twee perfecte mengers zijn op de in de figuur aangegeven wijze verbonden. De pomp verpompt een debiet ϕ_v (m^3/s).



Figuur 1.2. Figuur bij vraagstuk 1.3.

Op het tijdstip $t = 0$ is menger (1) geheel gevuld met een oplossing van zout in water. De zoutconcentratie is c_0 (kg/m^3). Menger (2) is op het tijdstip $t = 0$ geheel gevuld met zuiver water. Het volume van elk der mengers is V (m^3). Het volume van de verbindingsleidingen en de pomp is te verwaarlozen.

a. Wat is op elk tijdstip het eenvoudige verband tussen de zoutconcentratie c_1 in menger (1) en de zoutconcentratie c_2 in menger (2)?

b. Bereken de zoutconcentratie in menger (2) als functie van de tijd. Stel daarvoor een massabalans op voor het zout in menger (2).

c. Schets in één figuur de zoutconcentratie in beide mengers als functie van de tijd. Geef duidelijk aan welke waarde deze concentraties na lange tijd krijgen.

1.4. Twee identieke, perfect geroerde vaten zijn ieder geheel gevuld met 450 kg van een zoutoplossing. De concentratie zout in vat 1 bedraagt aanvankelijk 0,05 kg zout per kg oplossing; de concentratie zout in vat 2 is 0,025 kg zout per kg oplossing. De uitgang van vat 1 is verbonden met de ingang van vat 2. Vanaf het tijdstip $t = 0$ wordt zuiver water met een debiet $\phi_m = 0{,}19$ kg/s vat 1 ingepompt. Het volume van de leidingen is verwaarloosbaar ten opzichte van het volume van elk der vaten. Neem aan dat de massa zoutoplossing in elk vat in de loop van de tijd niet verandert.

a. Stel een massabalans op voor het zout in vat 1 en leid het verloop van de concentratie x_1 in vat 1 als functie van de tijd t af.

b. Stel een massabalans op voor het zout in vat 2 en leid het verloop van de concentratie x_2 in vat 2 als functie van t af.

c. Bereken het tijdstip waarop $x_2(t)$ maximaal is. Hoe groot is dan x_2?

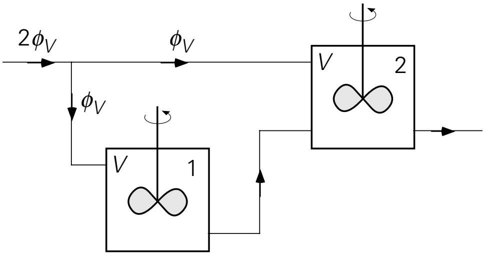
1.5. Door een perfect geroerd vat (volume V) stroomt een zoutoplossing (debiet ϕ_V) met een concentratie c_0. Het vat is geheel gevuld. Deze situatie is inmiddels stationair, zodat de concentratie in het vat ook c_0 bedraagt.
Vanaf tijdstip $t = 0$ wordt een tweede stroom het vat ingeleid, terwijl de eerste stroom ongewijzigd blijft. Het debiet van deze stroom is $\frac{1}{2}\phi_V$, terwijl de zoutconcentratie $2c_0$ bedraagt. Gedurende het hele proces blijft het vat geheel gevuld.

a. Stel een massabalans op voor het zout in het vat.

b. Leid het verloop van de concentratie in het vat als functie van t af. Vermeld expliciet de gebruikte randvoorwaarde(n).

c. Hoe groot wordt de zoutconcentratie in het water zeer lang nadat de tweede stroom is ingeschakeld?

1.6. Beschouw 2 ideaal geroerde tanks, die aan elkaar gekoppeld zijn volgens het schema in figuur 1.3.



Figuur 1.3. Figuur bij vraagstuk 1.6.

De tanks zijn geheel gevuld met een zoutoplossing met een concentratie c_0. De beide tanks zijn aangesloten op een hoofdleiding, waardoor een debiet $2\phi_V$ van dezelfde zoutoplossing stroomt. Vlak voor de tanks splitst dit debiet in twee even grote stromen (zie figuur) De beide tanks zijn geheel gevuld. Deze toestand is inmiddels stationair.
Vanaf tijdstip $t = 0$ wordt echter overgeschakeld op een even grote hoofdstroom, maar nu van zuiver water. De debieten blijven verder hetzelfde.
N.B. Het volume van de leidingen is verwaarloosbaar klein.

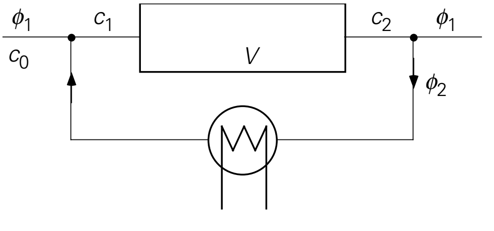
a. Stel een massabalans op voor het zout in tank 1 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van tank 1.
b. Hoe groot is het debiet dat tank 2 verlaat?
c. Stel een massabalans op voor het zout in tank 2 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in tank 2.

1.7. Een open, ideaal geroerde tank (volume V_0) is voor een kwart gevuld met zuiver water. Op tijdstip $t = 0$ stroomt aan de ingang van de tank een zoutoplossing met een concentratie c_0 het vat binnen. Het volumedebiet bedraagt ϕ_V. Ook vanaf t = 0 stroomt er een volumedebiet ter grootte $\frac{3}{4}\,\phi_V$ het vat uit.
De vragen, die beantwoord moeten worden, hebben betrekking op het tijdsinterval tussen $t = 0$ en het moment dat de tank geheel vol is.
a. Bepaal het verloop van het vloeistofniveau als functie van de tijd.
b. Stel de differentiaalvergelijking op die de zoutconcentratie in de uitgang van het vat beschrijft.
c. Bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van het vat als functie van de tijd.

1.8. Een perfect geroerde tank is geheel gevuld met water. In het water is een katalysator gedispergeerd. Dit materiaal katalyseert de reactie: A → B. De tank wordt doorstroomd met zuiver water met een debiet ϕ_V. De katalysator kan de tank niet uit. Op het tijdstip $t = 0$ wordt aan de ingang plotseling overgeschakeld op water met daarin opgelost stof A (concentratie C_{A0}).
Bepaal het verloop van de concentratie van A in de uitgang van de tank. Hierbij mag worden aangenomen dat de reactie A → B eerste-orde is met een reactiesnelheids-constante k_r.

1.9. In een ideale buisreactor wordt een stof A volgens een eerste-orde chemische reactie omgezet. De massastroom van toe- en afvoer is ϕ_1 (zie figuur 1.4). Voor een betere benutting van stof A wordt een massastroom ϕ_2 gerecirculeerd. De recirculatieverhouding a is dan gedefinieerd als

$$a = \frac{\phi_2}{\phi_1 + \phi_2}$$



Figuur 1.4. Figuur bij vraagstuk 1.9.

Belangrijke concentraties van stof A zijn c_0 (in de toevoerstroom), c_1 (vlak voor de reactor) en c_2 (in de afvoerstroom). Er mag aangenomen worden dat de reactie alleen plaats vindt in de reactor (volume V).

a. Leid een uitdrukking af voor c_0/c_2.

b. Bespreek de limietgevallen $a \to 0$ en $a \to 1$: hoe luiden dan de uitdrukkingen voor c_0/c_2?

1.10. Een ideaal geroerde tank (volume V) is op tijdstip $t = 0$ gevuld met zuiver water. Vanaf tijdstip $t = 0$ wordt de tank doorstroomd met een waterige oplossing van stof A. Het debiet is ϕ_V. De concentratie c_0 in de ingaande stroom is constant.

a. Bepaal het verloop van de concentratie van stof A in de tank als functie van de tijd.

Op tijdstip $t_1 = V/\phi_V$ wordt er een katalysator aan de inhoud van de tank toegevoegd. Hierdoor wordt stof A middels een 0^e-orde reactie (reactiesnelheidsconstante k_0 in kg/m^3s) omgezet in een andere stof.

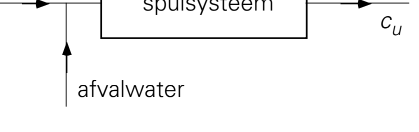
b. Bepaal nu het verloop van de concentratie van stof A in de tank als functie van de tijd.

c. Leg kort uit waarom de keuze van het tijdstip waarop de katalysator aan de tank wordt toegevoegd, geen invloed heeft op de concentratie van stof A in de stationaire toestand die uiteindelijk bereikt wordt.

1.11. *Zie figuur 1.5.* Een relatief kleine afvalwaterstroom van een fabriek wordt verdund in een forse spuistroom ($\phi_v = 0{,}1$ m^3/s) en afgevoerd naar zee. Stopt men de fabriek en dus de afvalwaterstroom, dan blijkt de concentratie verontreiniging in de gehandhaafde spuistroom aan de uitgang van het spuisysteem (c_u) vrijwel exponentieel met de tijd (t) naar nul te gaan, namelijk volgens

$$\frac{c_u}{c_0} = e^{-t/\tau}$$

(c_0 = concentratie verontreiniging in het gehele spuisysteem voor de fabriek gestopt wordt; τ = tijdconstante). De concentratie aan de uitgang wordt daardoor iedere 100 minuten gehalveerd.



Figuur 1.5. Figuur bij vraagstuk 1.11.

a. Toon aan dat het spuisysteem zich gedraagt als perfecte menger en bereken τ.

b. Indien nu de fabriek stationair draait en een hoeveelheid van 1 kg zeer schadelijk materiaal, uniform verdeeld over 10 minuten, in de afvalwaterstroom terechtkomt, wat wordt dan de maximale concentratie van dit materiaal aan de spui-uitgang?

1.12. Door een tank van 6 m^3 inhoud, waarin goed geroerd wordt (perfecte menger), stroomt 0,1 m^3/s vloeistof A. Plotseling wordt op een gelijke stroom vloeistof B overgeschakeld. Na hoeveel tijd bevat het mengsel dat uit het vat komt, minder dan 1% A? Stel daarvoor een massabalans op voor de stof A die zich in de tank bevindt. Bepaal tevens de F- en de C-functie voor dit systeem.

1.13. Twee perfect geroerde tanks zijn geheel gevuld met water. De uitgang van de eerste tank is verbonden met de ingang van de tweede tank. Het volume van de eerste tank is V, dat van de tweede tank bedraagt $2V$. Beide tanks worden aanvankelijk doorstroomd met zuiver water (volumedebiet ϕ_V). Op tijdstip $t = 0$ wordt overgeschakeld op een suikeroplossing van eenzelfde debiet (en suikerconcentratie c_0). De opdracht is om de verblijfstijdspreiding van dit stelsel te bepalen. Hiertoe worden de volgende onderdelen uitgevoerd:

a. Stel een massabalans op voor de suiker in de eerste tank en leid het verloop van de concentratie c_1 in deze tank als functie van t af.

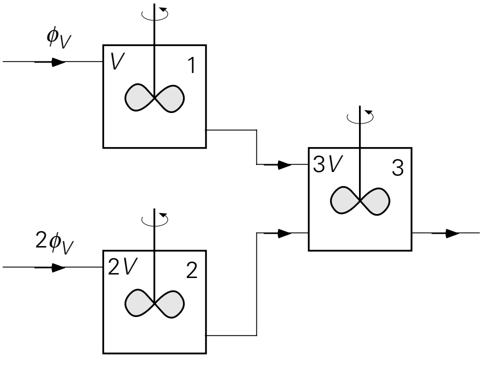
b. Stel een massabalans op voor de suiker in de tweede tank en leid het verloop van de concentratie c_2 in de tweede tank als functie van t af.

c. Bepaal de F-functie van dit systeem op basis van de gemiddelde verblijfstijd:

$$\tau = \frac{V_{\text{totaal}}}{\phi_V}$$

d. Bepaal de C-functie.

1.14. Beschouw 3 ideaal geroerde tanks, die aan elkaar gekoppeld zijn volgens het schema in figuur 1.6.



Figuur 1.6. Figuur bij vraagstuk 1.14.

De tanks zijn geheel gevuld met een zoutoplossing met een concentratie c_0. Tank 1 wordt doorstroomd met een zoutoplossing (met een debiet Φ_V) die eveneens een concentratie c_0 heeft. Tank 2 wordt ook doorstroomd met een zoutoplossing van

concentratie c_0, echter met een debiet $2\phi_V$. Deze situatie is inmiddels stationair. Vanaf tijdstip $t = 0$ wordt echter voor de stromen, die tank 1 en tank 2 ingaan, overgeschakeld op zuiver water. De debieten blijven hetzelfde.
N.B. Het volume van de leidingen is verwaarloosbaar klein.

a. Stel een massabalans op voor het zout in tank 1 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van tank 1.
b. Stel een massabalans op voor het zout in tank 2 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in de uitgang van tank 2.
c. Hoe groot is het debiet dat tank 3 verlaat?
d. Stel een massabalans op voor het zout in tank 3 en bepaal het verloop van de zoutconcentratie in tank 3.
e. Bepaal de F en C-functies van dit systeem.

1.15. Op tijdstip $t = 0$ is een ideaal geroerde tank (volume V) slechts voor de helft gevuld met water. De temperatuur van het water is dan T_0. Vanaf tijdstip $t = 0$ komt er een waterdebiet ϕ_V de tank binnen. Dit water heeft een temperatuur T_1. Tevens stroomt er vanaf $t = 0$ een waterdebiet van $\frac{1}{2}\,\phi_V$ de tank uit.
Het vermogen dat de roerder in de tank afgeeft mag verwaarloosd worden. Er vindt geen warmte-uitwisseling tussen het vat en de omgeving plaats. De vragen hebben betrekking op het tijdsinterval tussen $t = 0$ en het moment dat de tank overloopt.

a. Stel een massabalans op voor het water in de tank en bepaal het verloop van het watervolume in de tank.
b. Stel een thermische-energiebalans op voor het water in de tank.
c. Bepaal het verloop van de temperatuur in de tank.
d. Bereken de temperatuur van de inhoud van de tank op het moment dat de tank overloopt.

1.16. In een ideaal geroerd vat (volume $V = 10$ m^3) vindt een eerste-orde reactie plaats waarbij stof A wordt omgezet in B met een reactiesnelheidsconstante k_r = 0,008 s^{-1} (deze waarde is onafhankelijk van de temperatuur). Bij deze reactie komt warmte vrij. De reactie-enthalpie per kilogram omgezette stof A bedraagt $\Delta h_r = 1200$ kJ/kg. Door het vat stroomt een volumedebiet $\phi_V = 25$ l/s. De concentratie van stof A aan de instroom is $c_0 = 120$ kg/m^3, de temperatuur van de instroom is $T_0 = 69$ °C. De dichtheid van de oplossing met A en/of B bedraagt $\rho = 1000$ kg/m^3, de soortelijke warmte is $c_p = 4$ kJ/kgK. Verwaarloos veranderingen van deze twee waarden als gevolg van temperatuurveranderingen en/of verandering van de samenstelling.

a. Bepaal onder stationaire condities de concentratie van stof A en de temperatuur in het vat. Verwaarloos de energietoevoer als gevolg van het roeren en de warmte-uitwisseling tussen het vat en de omgeving.

Plotseling valt de pomp, die het volumedebiet ϕ_V verzorgt, uit. Er stroomt nu vloeistof het vat in noch uit. Het vat blijft ideaal geroerd. De temperatuur van het vat loopt op. Er moet voorkomen worden dat de temperatuur de 100 °C bereikt in verband met zeer ongewenste kookverschijnselen. Hiertoe kan een zeer kleine hoeveelheid van een zogenaamde killing agent in het vat worden geïnjecteerd. Dit stofje stopt de chemische reactie in het vat onmiddellijk.

b. Hoe lang (na liet uitvallen van de pomp) duurt het tot de temperatuur in het vat de 100 °C heeft bereikt? Met andere woorden: hoeveel tijd heeft de operator maximaal voor de injectie van de killing agent?

1.17. Een fluitketel, die gedeeltelijk met water is gevuld, staat op het gasfornuis. De gasvlam voert een warmtestroom (ϕ_{w1}) aan de ketel toe, terwijl er via de ketelwand een warmteverliesstroom (ϕ_{w2}) naar de omgeving is. Verwaarloos de warmtecapaciteit van de ketelwand.
Stel voor de ketel plus inhoud de balansen op voor massa en energie in het geval:

a. het water wordt opgewarmd (verwaarloos verdamping en uitzetting van het vloeibare water)

b. het water kookt (waterdamp verlaat de ketel, massastroom ϕ_m).

1.18. Een fornuis moet een warmtestroom van 100 MW aan een fabriek leveren. Het fornuis wordt gestookt met methaan en lucht (20 mol% O_2, 80 mol% N_2) die op 20 °C worden aangevoerd. Na passage door een warmtewisselaar waarin de gewenste warmtestroom aan de gassen onttrokken wordt, hebben de rookgassen van het fornuis een temperatuur van 120 °C. De druk is overal dezelfde.
De verbrandingsenthalpie van methaan is 900 kJ/mol. Voor de molaire warmte van alle gassen mag c_p = 40 J/(mol °C) genomen worden.
De verbrandingsreactie is: $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$.
De rookgassen bevatten geen methaan en zuurstof.
Bereken de benodigde molstromen methaan en lucht door een energiebalans op te stellen over de gassen in het fornuis. De toestand is stationair.

1.19. In een open vat (volume V) wordt water ideaal geroerd. Zowel het water als de omgeving bevinden zich op een temperatuur van 20 °C.
Op tijdstip $t = 0$ worden aan- en afvoer van het vat geopend en vanaf dat moment stroomt er een debiet ϕ_V van water van 70 °C het ideaal geroerde vat binnen. Een even groot debiet loopt ook weer het vat uit.
Naar mate het water in het vat warmer wordt zal het meer warmte verliezen aan de omgeving. Deze warmtestroom ϕ_q hangt uiteraard af van het verschil tussen de watertemperatuur T en de omgevingstemperatuur T_a. Er geldt: $\phi_q = \beta\,(T - T_a)$.

a. Wat is de eenheid waarin β wordt uitgedrukt?

b. Stel een thermische energiebalans op voor het water in het vat.

c. Bepaal het verloop van de temperatuur in het vat als functie van de tijd.

d. Bepaal in de stationaire toestand de temperatuur van het water.

1.20. In een open vat (diameter 0,45m) wordt 70 liter water in een ideaal geroerde toestand gehouden met behulp van een Rushton turbineroerder.
Gegeven zijn:
toerental van de roerder: $N = 2\ s^{-1}$
roerderdiameter: $D = 0{,}15$ m

Onder deze turbulente stromingscondities is het vermogenskental Po van deze roerder gelijk aan 5, waarbij Po gedefinieerd is als $P/\rho N^3 D^5$.
Tenslotte zijn water, vat en omgeving aanvankelijk alle op een temperatuur van 20 °C.

a. Tot welke temperatuurverhoging van het water leidt roeren onder deze condities gedurende een half uur. Vermeld duidelijk welke balans je hierbij gebruikt. De warmte-uitwisseling tussen het water en het vat en/of de omgeving mag verwaarloosd worden.

b. Op zeker tijdstip (zeg $t = 0$) worden toe- en afvoer geopend en vanaf dat moment stroomt er per seconde 1 l water van 70 °C door het nog steeds ideaal geroerde vat. Hoe lang duurt het voor het water in het vat 45 °C is geworden? Warmte-uitwisseling met vat en buitenwereld mag nog steeds verwaarloosd worden.

c. Als het water de temperatuur van 45 °C heeft bereikt, worden toe- en afvoer weer gesloten, maar de roerder blijft draaien. Langzaam zal het water zijn warmte afstaan aan vat en omgeving. Deze warmtestroom ϕ_q hangt uiteraard af van het verschil tussen watertemperatuur T en omgevingstemperatuur T_a. Er geldt: $\phi_q = \beta(T - T_a)$. Wat is de eenheid waarin β uitgedrukt wordt? Leid de uitdrukking af voor de watertemperatuur T als functie van de tijd.

1.21. In het dorpje Stechelberg in de Zwitserse Alpen bevindt zich een elektriciteitscentrale die werkt op waterkracht. Het water wordt uit een breed reservoir afgetapt en loopt door een zogenaamde drukleiding naar de generatoren. De drukleiding heeft een diameter van 75 cm. Het hoogteverschil tussen in- en uitgang van de leiding bedraagt 250 m. Meteen na de generatoren komt het water in een breed kanaal uit. Er stroomt een debiet van $\phi_V = 1{,}03\ m^3/s$ door de centrale.
Ten gevolge van wrijving is de temperatuur van het water juist voor de generatoren $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ °C hoger dan de watertemperatuur aan de inlaat van de drukleiding. Er is geen warmte-uitwisseling met de omgeving.

a. Bereken de druk vlak voor de generatoren.

b. Bereken het elektrisch vermogen van de centrale, uitgaande van 100% rendement.

1.22. De rookgassen van een fornuis worden toegevoerd aan de voet van een grote, hoge schoorsteen die op de grond staat. De schoorsteen heeft een constante diameter. De rookgassen zijn op een temperatuur van 227 °C, terwijl de buitenlucht 20 °C is.

De druk p_1 onderin de schoorsteen is 250 Pa beneden de atmosferische druk van 1 bar gemeten op grondniveau. Verder is gegeven dat de dichtheid ρ_a van lucht en de dichtheid ρ_g van de rookgassen bij 0 °C en 1 atm. beide 1,3 kg/m^3 bedragen. Tenslotte mag er vanuit gegaan worden dat de rookgassen door de schoorsteen gaan zonder warmteverliezen naar buiten en zonder energiedissipatie.

a. Hoe groot is de luchtdruk op de hoogte H van de top van de schoorsteen?

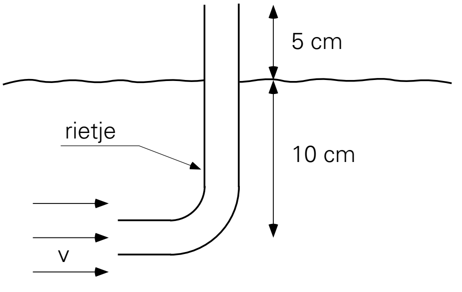
b. Hoe ziet de thermische-energiebalans over de schoorsteen er uit? (Licht toe waarom sommige termen niet voorkomen.)

c. Hoe zien de totale-energiebalans en de mechanische-energiebalans over de schoorsteen er uit? Licht uw antwoorden toe.

d. Hoe hoog is de schoorsteen bij bovenvermelde gegevens?

e. Een student stelt voor een deel van de warmte van de rookgassen terug te winnen door de rookgassen, alvorens ze de schoorsteen in te sturen, eerst nog door een waste-heat boiler te leiden. Wat is de consequentie hiervan voor de hoogte H dan wel voor de druk p onderin de schoorsteen?

1.23. Om de stroomsnelheid van een beekje te bepalen wordt het volgende proefje gedaan. Een omgebogen rietje wordt gedeeltelijk onder water gestoken (zie figuur 1.7). Als het uiteinde nog maar 5 cm boven het wateroppervlak uitkomt, begint er net water uit te stromen.

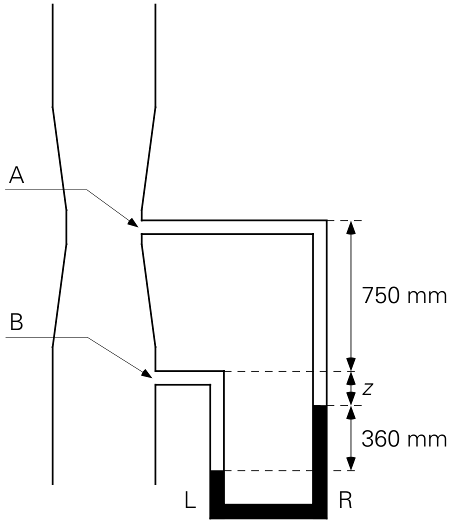


Figuur 1.7. Figuur bij vraagstuk 1.23.

a. Hoe groot zijn de stuwdruk en de stroomsnelheid in de rivier ter hoogte van de opening van het rietje?

b. Als het rietje 4 cm verder onder water gehouden wordt, stroomt er water door het rietje met een gemiddelde snelheid van 0,33 m/s. Bereken hoeveel energie er per kg water gedissipeerd wordt in het rietje.

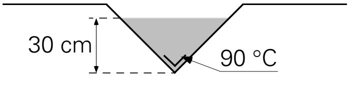
1.24. Het waterdebiet door een verticale leiding (diameter 300 mm) wordt bepaald met een venturibuis (kleinste doorsnede: diameter 150 mm). Het kwik in de manometer laat een niveauverschil van 360 mm tussen beide benen zien (zie figuur 1.8). Bepaal uit de gegevens in de figuur het waterdebiet. Drukverliezen ten gevolge van dissipatie mogen worden verwaarloosd.



Figuur 1.8. Figuur bij vraagstuk 1.24.

1.25. In het huis van Prof A. te C. bevindt zich een rechthoekige badkuip (doorsnede A is constant over de hoogte). Als de kraan wijd open staat en de afvoer gesloten is, stroomt het bad in 20 minuten vol. De waterhoogte is dan 50 cm. Het tot deze hoogte gevulde bad loopt bij gesloten kraan leeg in 32 min, via de afvoer in de bodem. De stromingsweerstand in het gat is daarbij snelheidsbepalend. Op zekere dag wil Prof. A. in het bad gaan en draait hij de kraan wijd open, maar in zijn verstrooidheid vergeet hij de stop op de afvoer te doen. Hoe hoog zal het water in het bad uiteindelijk komen te staan?

1.26. In een overloop bevindt zich een V-vormige opening (zie figuur 1.9). Als het water 30 cm boven de onderkant van de opening staat, stroomt er 70 liter/s door. Bereken de doorstroomcoëfficiënt C.

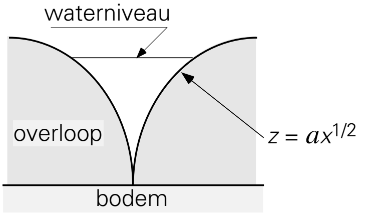


Figuur 1.9. Figuur bij vraagstuk 1.26.

1.27. In een langzaam stromend beekje (breedte B) wordt een overloop met scherpe rand geplaatst. De rand van de overloop wordt beschreven met de functie $z = a \cdot x^{1/2}$ (zie figuur 1.10).

De punt van de overloop rust juist op de bodem van het beekje. De waterhoogte stroomopwaarts van de overloop en precies boven de overloop is h_0. De snelheid van het water stroomopwaarts van de overloop is verwaarloosbaar. De toestand is stationair en dissipatie mag worden verwaarloosd.

a. Leid het verband af tussen de snelheid van het water in een punt in de overloop en de hoogte z van dit punt boven de bodem van de beek?



Figuur 1.10. Figuur bij vraagstuk 1.27.

b. Bepaal het verband tussen het totale debiet door de overloop en de waterhoogte stroomopwaarts van de beek.

c. Hoe groot moet de constante a gekozen worden indien de beek stroomopwaarts van de overloop 1 m breed is, een stroomsnelheid van 10 cm/s heeft en de hoogte h_0 30 cm moet bedragen.

1.28. Geef een uitdrukking (in symbool en in woord) van de 'impulsinhoud per massa-eenheid' en die per 'volume-eenheid' van een stroming.

1.29. Een horizontaal opgestelde lopende band, die met een snelheid v_b = 1,0 m/s beweegt, vangt zand op, dat uit een hopper (vultrechter) komt. Het zand valt verticaal omlaag van de hopper naar de band. De massastroom is 225 kg/s. De lopende band is in eerste instantie leeg, maar wordt geleidelijk met zand gevuld.
Bereken de kracht die nodig is om de band voort te trekken, terwijl deze met zand wordt gevuld, door de impulsverandering van het op de band vallende zand te beschouwen. Neem hierbij aan dat de wrijving in het aandrijfsysteem van de band en in de lagers verwaarloosbaar is.
Dezelfde vraag, maar nu voor het geval de band al helemaal met zand gevuld is en er dus zand van het uiteinde van de band afvalt.

1.30. In een fabriek worden vaten op gewicht met een vloeistof afgevuld. Daartoe staan ze op een weegschaal tijdens het vulproces. De vultijd is 20 s; de snelheid van de verticale vloeistofstraal die in het vat komt, is 10 m/s.

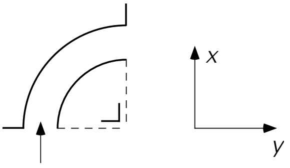
a. Welk percentage overwicht moet de weegschaal aanwijzen, opdat er goed wordt afgewogen? (Denk aan de impulsverandering die de vloeistof ondergaat).

b. Hoe wijzigt zich dit percentage, indien met dezelfde toevoerinstallatie de vultijd met 40% wordt teruggebracht?

1.31. *Zie figuur 1.11.* Door een horizontale bocht met doorsnede $A = 2 \cdot 10^{-2}$ m^2 stroomt water met een snelheid v = 15 m/s, hetgeen een drukval $\Delta p = 8 \cdot 10^4$ N/m^2 tot gevolg heeft. De druk aan het begin van de bocht (p_1) bedraagt 10^6 N/m^2.
$\rho = 10^3$ kg/m^3.

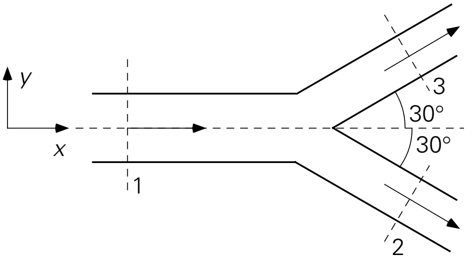
a. Stel voor het water in de bocht de impulsbalansen in x- en y-richting op.

b. Bereken de kracht naar grootte en richting die de bocht van het stromende water ondervindt.



Figuur 1.11. Figuur bij vraagstuk 1.31.

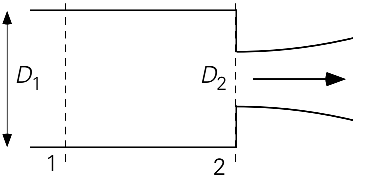
1.32. Een cilindervormige leiding ligt horizontaal op tafel. De leiding (zie figuur 1.12) vertakt zich als een Y; de vertakking is symmetrisch om de x-as. De hoek die elke tak met de x-as maakt bedraagt 30°. Voor de vertakking is de dwarsdoorsnede van de leiding $4A$. Na de vertakking heeft elke tak een cilindervormige dwarsdoorsnede met oppervlak A. Door dit systeem stroomt water. De snelheid bij punt 1 is v. De toestand is stationair. Dissipatie is verwaarloosbaar.



Figuur 1.12. Figuur bij vraagstuk 1.32.

a. Bereken de snelheid van het water dat door elk van de leidingen stroomt.
b. Bepaal de druk op positie 2 als gegeven is, dat de druk bij punt 1 gelijk aan p is.
c. Bereken de kracht die de leiding op de vloeistof uitoefent.

1.33. Uit een horizontale brandslang (cilindervormig, diameter D_1 =10 cm) spuit een waterstraal door een rond gat (met een diameter D_2 = 4 cm) dat zich aan het uiteinde van de slang bevindt (zie figuur 1.13). De snelheid van het water juist in de spuitopening is 15 m/s. De waterstraal spuit vrij de buitenlucht in.



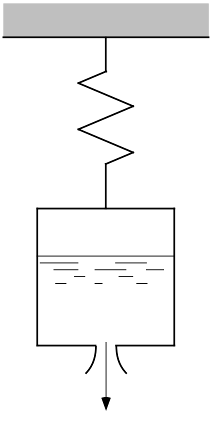
Figuur 1.13. Figuur bij vraagstuk 1.33.

De stippellijn 2 loopt precies langs de binnenzijde van de flens met opening, die de brandslang afsluit. Bij de gevraagde berekeningen mag energiedissipatie verwaarloosd worden. Tevens mag de contractie van de waterstraal net na de uitstroomopening buiten beschouwing gelaten worden.
N.B. De toestand is stationair.

a. Stel een massabalans op voor het volume tussen 1 en 2. Bepaal hieruit de watersnelheid v_1 ter hoogte van doorsnede 1.
b. Stel een energiebalans op voor het volume tussen 1 en 2. Bepaal hieruit de drukval Δp tussen 1 en 2.
c. Stel een impulsbalans op (in de hoofdstroomrichting) voor het volume tussen 1 en 2. Bepaal hieruit de kracht F, in grootte en richting, die de flens op het water uitoefent.

1.34. Een schutting moet schoongespoten worden. Dit gaat gebeuren met een waterstraal vanuit een groot vat met water dat onder druk staat. De waterstraal treedt horizontaal uit door een gaatje (diameter D) met een scherpe rand, zodat wrijving verwaarloosbaar is. De druk p_{vat} in het vat wordt constant gehouden.
a. Hoe luidt het verband tussen de kracht F waarmee de waterstraal de schutting treft, en de snelheid waarmee de straal het vat verlaat? Vermeld expliciet welke balans je hanteert.
b. Hoe luidt het verband tussen de kracht F waarmee de waterstraal de schutting treft, en de druk p_{vat} in het vat? Vermeld expliciet welke balans je hanteert. De rol van het waterniveau in het vat kan verwaarloosd worden. Wat betekent dit voor de druk in het vat?

1.35. Een groot vat, dat deels gevuld is met water, hangt aan een veer (zie figuur 1.14). In de bodem van het vat zit een klein gaatje (diameter D = 1 cm). Hierdoor stroomt water naar buiten. De druk van het gas boven het vat is 5 bar. De hoogte van het water in het vat is 1 m. De diameter van het vat is 50 cm. Het vat is zo groot dat de toestand als stationair mag worden opgevat.



Figuur 1.14. Figuur bij vraagstuk 1.35.

a. Bereken de snelheid van het water dat uit gaatje in de bodem stroomt. Dissipatie mag hierbij worden verwaarloosd. Vermeld expliciet welke balans je gebruikt.
b. Bepaal de kracht die de veer op het vat moet uitoefen. Hierbij mag de massa van

het vat (d.w.z. zonder inhoud) verwaarloosd worden. Vermeld expliciet welke balans je gebruikt.

1.36. Onder aan het uiteinde van een verticaal opgesteld glazen capillair met een buitendiameter van 2 mm worden heel langzaam afzonderlijke waterdruppeltjes gevormd. De stroming door het capillair is verwaarloosbaar klein. Als de oppervlaktespanning van water $70 \cdot 10^{-3}$ N/m bedraagt, bereken dan met behulp van een krachtenbalans de diameter van de druppels die van het capillair vallen.

2 Mechanismen, kentallen, krachten

2.1. Geef in symbolen en woorden de betekenis van de volgende kentallen.
- Nu
- Fo
- Re

Kentallen zijn te interpreteren als een verhouding van twee fysische grootheden (bijvoorbeeld twee impulsstromen, twee tijden of twee warmteweerstanden). Geef zulk een interpretatie voor bovengenoemde kentallen.

2.2. In een gesloten vat met roerder, geheel gevuld met vloeistof, wordt het toerental van de roerder langzaam opgevoerd. Het blijkt dat bij 400 omwentelingen per minuut de stroming omslaat van laminair in turbulent.
In een geometrisch gelijkvormig vat waarvan de afmetingen vier maal zo groot zijn en dat geheel is gevuld met een vloeistof, waarvan de viscositeit twee maal zo groot is maar waarvan alle overige eigenschappen dezelfde zijn, wordt eenzelfde proef gedaan.
Bij welk toerental zal de stroming nu van laminair in turbulent omslaan?

2.3. Een polymerisatiereactor wordt doorstroomd door een zeer visceuze, Newtonse vloeistof. In deze reactor draait een roerwerk dat wordt aangedreven met constant vermogen. Bij het inwerking stellen van de reactor blijkt het toerental van de roerder 25 omw/min te zijn, terwijl de viscositeit nog laag is (1 Ns/m^2). Tijdens het verloop van de polymerisatiereaktie stijgt de viscositeit tot een stationaire eindwaarde.
Wat is de viscositeit in deze eindtoestand, als dan het toerental 1 omw/min is geworden?

2.4. Het hydrodynamisch gedrag van een voorwerp dat door olie omstroomd wordt met een snelheid van 1,5 m/s, wordt onderzocht in een windtunnel met schaalmodel 1 : 20.
Welke luchtsnelheid moet men in de windtunnel gebruiken?
Dichtheid olie : $0{,}8 \cdot 10^3$ kg/m^3
Dichtheid lucht : 1,2 kg/m^3
Viscositeit olie : 10^{-2} Ns/m^2
Viscositeit lucht : $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ Ns/m^2

2.5. Een luchtverhitter bestaat uit een rechthoekige kast, waarin een bundel verwarmingspijpen loodrecht op de stromingsrichting is aangebracht. In een schaalmodel van deze luchtverhitter is de drukval gemeten als functie van de luchtsnelheid betrokken op de lege doorsnede.

a. Maak een schets van de situatie

b. Van welke grootheden hangt de drukval over de luchtverhitter af?

c. Als in de werkelijke luchtverhitter de pijpen een tweemaal grotere diameter krijgen, hoe verhouden zich dan de drukvallen over beide apparaten bij gelijke waarden van het Re-getal (betrokken op de pijpdiameter en voornoemde snelheid)?

2.6. Het Nusselt-getal voor de warmte-overdracht van de wand van een aantal geometrisch gelijkvormige geroerde vaten naar de vloeistof in die vaten is een functie van twee kentallen. Eén van deze twee kentallen is het Prandtl-getal. Definieer het andere kental.

Gegeven:

1. Het Nusselt-getal is gedefinieerd als ($\langle h \rangle \mathrm{d}/\lambda$), waarin d de diameter van de roerder is en $\langle h \rangle$ de over de vatwand gemiddelde warmteoverdrachtscoëfficiënt.
2. Het toerental van de roerder is N (s^{-1}).

2.7. In een bepaald proces moet een gladde kunststofdraad door een bad met een viskeuze vloeistof getrokken worden.

Teneinde de kracht die hierbij op de draad moet worden uitgeoefend te kennen wil men een modelproef doen in een bad, dat kleiner is dan het bad in het proces en met water als vloeistof.

a. Van welke grootheden hangt deze kracht af. Voer op basis hiervan een dimensieanalyse uit.

b. Welke draaddiameter moet men in de modelproef kiezen?

c. Met welke snelheid moet men de draad bij de modelproef door het water trekken?

d. Men meet de kracht op de draad in de modelproef. Met welke factor moet deze kracht vermenigvuldigd worden om de kracht op de draad in het proces te berekenen?

Gegevens:

1. omstandigheden bij het proces:

lengte waarover de draad door het bad loopt	: $L_1 = 10$ m
diameter van de draad	: $D_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ m
snelheid van de draad in het bad	: $v_1 = 1{,}0$ m/s
dichtheid van de badvloeistof	: $\rho_1 = 1{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3
viscositeit van de badvloeistof	: $\mu_1 = 9.10^{-3}$ Ns/m^2

2. omstandigheden bij de modelproef:

lengte waarover de draad door het bad loopt	: $L_2 = 2{,}0$ m

dichtheid van water : $\rho_2 = 10^3$ kg/m^3
viscositeit van water : $\mu_2 = 10^{-3}$ Ns/m^2

2.8. Wanneer een vloeistof zeer langzaam uit een verticaal geplaatst capillair stroomt, zal er geen vloeistofstraal ontstaan. Het uitstromen geschiedt in dit geval druppelsgewijs.
De druppels groeien aan tot een zeker maximaal volume alvorens het capillair los te laten. Wanneer de vloeistof het capillair goed bevochtigt, dan is dit maximaal volume (V_{max}) alleen een functie van de dichtheid van de vloeistof (ρ), de versnelling van de zwaartekracht (g), de diameter van het capillair (D) en de oppervlaktespanning van de vloeistof (σ). Uit proeven is bovendien gebleken dat V_{max} evenredig is met D.
Bepaal deze functie.

Gegeven is, dat voor een bepaalde vloeistof ($\rho = 10^3$ kg/m^3, $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ N/m) en een capillair met $D = 3$ mm wordt gevonden $V_{max} = 70$ mm^3.

2.9. Een fabriek ligt dicht bij stedelijke bebouwing. De fabriek loost een gasvormige stof, die stankoverlast voor de omgeving kan veroorzaken indien de concentratie van die stof op grondniveau hoger is dan 10^{-4} kg/m^3. Men overweegt daarom de stof via een 20 m hoge bestaande schoorsteen te lozen. Om na te gaan of deze schoorsteen hoog genoeg is laat de bedrijfsleiding proeven uitvoeren in een windtunnel waarin een model op een schaal van 1:500 geplaatst is. De maximale concentratie c die op grondniveau kan optreden is voor een bepaald weertype een functie van de per tijdseenheid geloosde hoeveelheid gasvormige stof, ϕ_m, de windsnelheid, v, en de hoogte van de schoorsteen, H. Verder is gegeven:
- windsnelheid in werkelijkheid $\mathrm{v}_1 = 5$ m/s
- lozing in werkelijkheid $\phi_{m,1} = 0{,}08$ kg/s
- luchtsnelheid in de tunnel $\mathrm{v}_2 = 2$ m/s
- lozing in de windtunnel $\phi_{m,2} = 8 \cdot 10^{-7}$ kg/s
- gemeten concentratie stof op grondniveau in de windtunnel $c_2 = 3 \cdot 10^{-4}$ kg/m^3

a. Laat zien dat geldt:

$$\frac{c \cdot \mathrm{v} \cdot H^2}{\phi_m} = \text{constant}$$

b. Bereken de waarde van de constante.
c. Is de schoorsteen hoog genoeg?

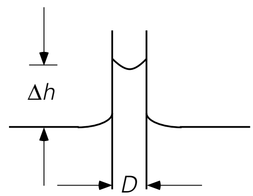
2.10. In een fabriek moet een ingenieur een nieuwe installatie ontwerpen om plastic folie te maken. Hiervoor moet hij weten welke kracht er nodig is om een vel in horizontale richting door een zeer diepe, zeer brede bak met vloeistof te trekken. Hij besluit hiervoor proeven op kleine schaal te laten uitvoeren. Men meet hierbij de

kracht F, die nodig is om vellen van verschillende breedtes door water (μ = 10^{-3} Ns/m^2, ρ = 10^3 kg/m^3) te trekken. De lengte van het deel van de vellen, dat door het water gaat, is bij deze experimenten steeds 1 meter.
Als resultaat wordt voor de kracht (in N) per eenheid van breedte B (in m) gevonden:

$$\frac{F}{B} = 2{,}83\ \mathrm{v}^{9/5}$$

waarin v de snelheid van het vel is (in m/s).
Gevraagd wordt de kracht te berekenen die nodig is om een vel met een breedte van 2,90 m met een snelheid van 2 m/s door een viskeuzere vloeistof (μ = 10^{-2} Ns/m^2, ρ = 10^3 kg/m^3) te trekken, als de lengte van het vel dat door deze vloeistof gaat 20 meter is.

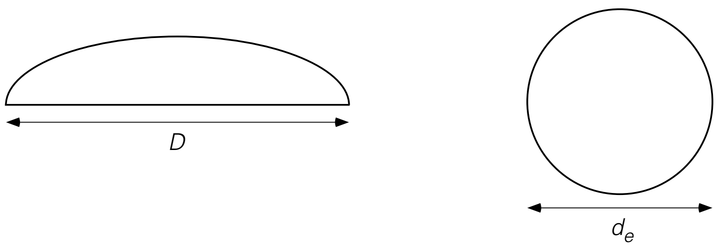
2.11. Wanneer een nauw buisje in een bak met water wordt gestoken, zal het wateroppervlak in het buisje een hoogte Δh boven het waterniveau daarbuiten staan (zie figuur 2.1). Dit verschijnsel heet capillaire opstijging.



Figuur 2.1. Figuur bij vraagstuk 2.11.

a. Van welke variabelen hangt Δh af?
b. Leid met behulp van dimensieanalyse af welke dimensieloze kentallen deze toestand beheersen.
c. Leid m.b.v. een krachtenbalans een uitdrukking af voor Δh als functie van de variabelen die je vermeldde onder vraag a.

2.12. Beschouw een paddestoelvormige bel die met een constante snelheid opstijgt door een vloeistof. De vormfactor ϕ is gedefinieerd als de verhouding D/d_e (zie figuur 2.2), waarin d_e de diameter van een bolvormige bel is met hetzelfde volume.



Figuur 2.2. Figuur bij vraagstuk 2.12.

a. Leid met behulp van dimensieanalyse af van welke bekende dimensieloze kentallen ϕ afhangt.

b. Licht de fysische betekenis van deze kentallen toe.

c. Neemt ϕ toe of af met toenemende $\Delta\rho$ (terwijl de overige parameters constant blijven)? En met toenemende σ? Licht je antwoorden toe.

2.13. Een waterbassin heeft een toevoerleiding, een afvoerleiding, alsmede een rechthoekige overloop met een scherpe rand en met breedte b. Onder normale operatiecondities met toe- en afvoerleidingen geopend loopt er geen water over de overloop. Op zeker moment wordt evenwel alleen de afvoer per ongeluk dichtgedraaid, terwijl door de toevoerleiding een debiet ϕ_V toegevoegd blijft worden. Daardoor gaat het waterniveau in het bassin stijgen.

a. Hoe hoog boven de rand van de overloop komt het waterniveau te staan? Anders gezegd: leid af hoe h_0 (= hoogte van het waterniveau boven de overlooprand) afhangt van ϕ_V en b? Welke balansen moet je hierbij gebruiken?

b. Ga nu met behulp van dimensieanalyse na hoe h_0 van ϕ_V' afhangt, waarbij $\phi_V' = \phi_V/b$. Waarin verschilt dit antwoord van je antwoord bij a. en waarom?

2.14. Benzeen wordt verstoven in een carburateur met behulp van lucht. De luchtsnelheid bedraagt 76 m/s bij een lucht/benzeen massadebietverhouding van 18.

Stofgegevens:

benzeen: $\sigma = 28{,}8\cdot10^{-3}$ N/m
$\rho_b = 875$ kg/m^3
$\mu_b = 0{,}65\cdot10^{-3}$ Ns/m^2

lucht: $\rho_a = 1{,}2$ kg/m^3

a. Voer een dimensieanalyse uit om te bepalen welke mechanismen of effecten de druppelgrootte d bepalen. Licht uw bevindingen kort toe.

b. Becommentarieer de volgende relatie voor de druppelgrootte, gevonden door Hinze:

$$d = \frac{12\sigma}{\rho_a \mathrm{v}_0^2}\left[1 + \left(\frac{\mu_b^2}{\rho_b d\sigma}\right)^{0,36}\right]$$

waarin v_0 de relatieve snelheid tussen lucht en druppel ($\mathrm{v}_0 = \mathrm{v}_a - \mathrm{v}_b$) is.

c. Nukiyama en Tanasawa geven onderstaande relatie voor de druppelgrootte:

$$d = \frac{585}{\mathrm{v}_0}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho_b}} + 597\left(\frac{\mu_b^2}{\sigma\rho_b}\right)^{0,225}\left(\frac{10^3 Q_b}{Q_a}\right)$$

waarin Q een massadebiet voorstelt en v_0 weer de relatieve snelheid.

Wat kun je zeggen over de coëfficiënten 585 en 597? Welke conclusie kun je nu trekken over de beschrijving die Nukiyama en Tanasawa voorgesteld hebben?

2.15. In een nieuw proces wordt een katalysator bereid middels een chemische reactie in een geroerd vat. Dit proces is ontwikkeld in een proefopstelling. De afmetingen van het proefvat zijn: diameter D = 25 cm, hoogte H = 25 cm, diameter roerder $d = \frac{1}{4} D$. Om een optimale produktie te verkrijgen is een toerental N van 700 toeren per minuut noodzakelijk. De stroming in het vat van de proefopstelling is bij dit toerental volledig turbulent. De stroming is volledig turbulent als $\mathrm{Re} > 5{\cdot}10^4$. Voor de commerciële produktie van de katalysator wordt een fabriek gebouwd. Om economisch rendabel te werken moet een geometrisch gelijkvormig vat met een diameter van 60 cm gebruikt worden.

a. Voer een dimensieanalyse uit waarin het door de roerder aan het vat toegevoerde vermogen P wordt bepaald als funktie van de diverse relevante procesvariabelen.

b. In het turbulente stromingsgebied blijkt het dimensieloze vermogenskental onafhankelijk van het Reynoldsgetal te zijn. Welk toerental moet worden toegepast als het vermogen per volume-eenheid constant moet blijven bij de opschaling?

c. De stroming in het commerciële vat is nog steeds volledig turbulent. Toon dit aan.

2.16. Van drie vloeistofmonsters moet worden bepaald wat de verhouding is van de viscositeiten. Men beschikt slechts over de volgende apparatuur: een bekerglas, een liniaal, een horloge en twee stalen kogels, van respectievelijk 2 en 3 mm diameter. Men meet bezinktijden over 10 cm vloeistofhoogte. De dichtheid van de stalen bollen is veel groter dan de dichtheden van de vloeistoffen.
Men vindt de volgende resultaten:

	Bezinktijden (s)	
monster	2 mm kogel	3 mm kogel
1	11	5
2	–	8
3	–	12

a. Wat zijn de verhoudingen μ_2/μ_1 en μ_3/μ_1?

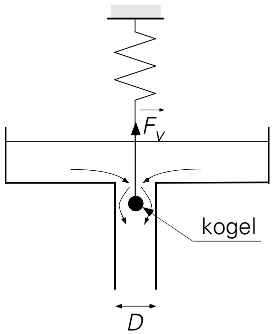
b. Wat verwacht u voor bezinktijden voor de twee niet ingevulde gevallen?

2.17. Prof. Minnaert vermeldt in zijn boek 'De Natuurkunde van 't vrije veld' (deel 3, § 48), dat de vertraging die een weggeslagen golfbal (massa: 40 g; diameter: 4,3 cm) met een snelheid v van ca. 100 m/s, ondervindt ten gevolge van de weerstand in stilstaande lucht, gelijk is aan v^2/b, waarin b een constante is. Uit experimenten blijkt dat b ongeveer 90 m is.

a. Druk b uit in de weerstandscoëfficiënt C_d (formule; geen getallen invullen). Geef duidelijk de betekenis van de gebruikte symbolen aan.

b. Ga na of de gegeven waarde van b juist is. De dichtheid van de lucht is 1,3 kg/m^3. De viscositeit van lucht is $1{,}8{\cdot}10^{-5}$ Ns/m^2.

2.18. *Zie figuur 2.3.* Om het waterdebiet door de afvoerput (D = 7 cm) van een groot bassin te bepalen, wordt een glazen kogel met een diameter van 1 cm in de afvoerput gehangen. Met een veerbalans wordt de totale kracht op de kogel gemeten; deze bedraagt 0,3 N. De precieze waarde van de dichtheid van de glazen kogel is onbekend.
Laat zien dat deze er niet toe doet.
Hoe groot is de snelheid waarmee het water de kogel aanstroomt?
Gegevens:
$\rho_{water} = 1000$ kg/m^3; $\mu_{water} = 10^{-3}$ Ns/m^2; $2{\cdot}10^3$ $kg/m^3 < \rho_{glas} < 5{\cdot}10^3$ kg/m^3



Figuur 2.3. Figuur bij vraagstuk 2.18.

2.19. Een holle stalen, gladde bol (diameter 5 mm, massa 0,07 gram) wordt in een vloeistof losgelaten en bereikt een eenparige valsnelheid van $5{\cdot}10^{-3}$ m/s. De dichtheid van de vloeistof is 900 kg/m^3. De afstand van de bol tot de wanden van het vat waarin de vloeistof zich bevindt, is zeer groot.

a. Bereken de weerstandscoëfficiënt van de bol.

b. Bereken de viscositeit van de vloeistof.

2.20. Een bolvormig luchtbelletje met een straal van 0,7 mm stijgt door zeer zuiver water op. Zijn eenparige stijgsnelheid bedraagt dan 0,32 m/s. Wanneer hetzelfde luchtbelletje in vuil water opstijgt, is zijn snelheid aanzienlijk lager.

a. Waardoor wordt dit verschil veroorzaakt?

b. Bereken m.b.v. een balans de snelheid van het belletje in vuil water.

c. Bereken de verhouding van de weerstandscoëfficiënt van het bolletje in zeer zuiver water t.o.v. de weerstandscoëfficiënt van het bolletje in vuil water.

2.21. In een krantenbericht wordt beweerd dat de lucht in Mexico-stad (gelegen op 2200 m boven zeeniveau) per volume-eenheid 25% minder zuurstof bevat dan de lucht op zeeniveau.

a. Ga na, dat deze bewering juist is door uit een krachtenbalans voor de zuurstof de partiële druk als functie van de hoogte boven de zeespiegel te berekenen.

Gegevens:

- Zuurstof is een ideaal gas.
- Gasconstante $R = 8{,}3\ 10^3$ J/kmolK.
- Luchttemperatuur 27 °C.
- Molaire massa zuurstof 32 kg/kmol.

Deze geringere luchtdichtheid in Mexico-stad maakt dat hardlopers minder luchtweerstand ondervinden.

b. Welke tijd zal een 100 m-loper door deze kleinere luchtweerstand theoretisch in Mexico-stad kunnen maken, wanneer hij op zeeniveau de 100 m in 10 s aflegt? Neem aan:
1. dat hij zowel in Mexico-stad als op zeeniveau hetzelfde vermogen ontwikkelt,
2. dat hij met constante snelheid loopt,
3. dat de tijd nodig om op snelheid te komen te verwaarlozen is.

Zijn werkelijke tijd in Mexico-stad is echter eveneens 10 s.

c. Wat concludeert u hieruit?

2.22. Minister S.-K. van Verkeer en Waterstaat heeft van haar ambtenaren cijfers gekregen waaruit blijkt dat het benzineverbruik per automobilist in Nederland 's winters een kleine 10% hoger ligt dan in de zomer. Zij concludeert snel dat de Nederlander 's winters eerder de auto pakt en stelt de Tweede Kamer voor een wet uit te vaardigen die het Nederlanders verbiedt 's winters met de auto boodschappen te doen. Vermoedelijk vanwege de positieve effecten voor het milieu, wordt dit voorstel gunstig ontvangen in de Kamer. De bodem onder dit voorstel valt echter weg, wanneer een van de kamerleden, fysisch technoloog, het woord krijgt. Dit geleerde kamerlid herinnert zich het college fysische transportverschijnselen dat hij eertijds in Delft heeft gelopen. Hij legt uit dat in de winter het benzineverbruik per kilometer hoger is. Volgens hem blijkt uit de cijfers dus niet dat er meer kilometers gereden worden. Waarop de minister haar voorstel intrekt.

Hoe luidt de fysisch-technologische verklaring van het kamerlid? (Die verklaring heeft niets te maken met het verbrandingsproces in de motor.)

2.23. Het experiment waarmee Leonardo de Vinci de snelheidsverdeling in een rivier mat, is herhaald in een gekanaliseerd stuk van de Sûre (Luxemburg). Dit kanaal is een gemetselde goot van rechthoekige doorsnede, diepte 1,80 m, breedte 4,0 m. Het experiment wordt uitgevoerd door een steentje met een dun touwtje midden aan een stokje te hangen en de snelheid v van 'steentje + stokje' te meten voor verschillende lengten l van het touwtje. Het stokje blijft drijven, maar het schijnbaar gewicht van het steentje is groot ten opzichte van de weerstandskracht die het water erop uitoefent.

Het resultaat van de metingen is:

$l = 1{,}70$ m, $\quad v = 0{,}77$ m/s,
$l = 1{,}40$ m, $\quad v = 0{,}86$ m/s,
$l = 1{,}20$ m, $\quad v = 0{,}90$ m/s,
$l = 0$ m, $\quad v = 1{,}00$ m/s.

Om hieruit de snelheidsverdeling $v_x(y)$ (x is de stromingsrichting; y is de afstand tot het wateroppervlak) te bepalen moet de verhouding van de weerstandsfactor $C_d A_\perp$ van het stokje en $C_d A_\perp$ van het steentje bekend zijn.

a. Als nu bekend is dat de $C_d A_\perp$ van het stokje veel kleiner is dan de $C_d A_\perp$ van het steentje, toon dan aan dat de snelheid v praktisch gelijk is aan de snelheid van het water op de plaats van het steentje. Teken een grafiek van de snelheidsverdeling $v_x(y)$.

b. Bereken het debiet door de Sûre op het moment van meten. Neem daarbij aan, dat $v_x(y)$ over de gehele breedte van het kanaal dezelfde is.

3 Warmtetransport

3.1. Een ovenwand bestaat achtereenvolgens uit een laag vuurvaste steen (λ_v = 1,21 J/m°Cs), een laag isolatiesteen (λ_i = 0,080 J/m°Cs) en een laag baksteen (λ_b = 0,69 J/m°Cs). Iedere laag is 10 cm dik. De temperatuur aan de binnenzijde van de wand is 872 °C, aan de buitenzijde 32 °C. De oven bevindt zich in een stationaire toestand.

a. Schets het temperatuurprofiel in de ovenwand (een berekening is hiervoor niet noodzakelijk!)

b. Als het oppervlak van de wand 42 m^2 is, hoeveel warmte gaat er dan door geleiding per etmaal verloren?

c. Wat is de temperatuur T_m in het midden van de laag isolatiesteen?

3.2. Een bolvormig oventje bestaat uit drie lagen: een laag vuurvaste steen (binnendiameter 30 cm, buitendiameter 40 cm) met een warmtegeleidingscoëfficiënt van 1,0 W/m °C, een laag isolatiesteen (binnendiameter 40 cm, buitendiameter 50 cm) met een warmtegeleidingscoëfficiënt van 0,1 W/m°C en tenslotte een laag metaal (dikte 3 mm) met een warmtegeleidingscoëfficiënt van 20 W/m°C. In het oventje bevindt zich een verwarmingselement van 1000 W.

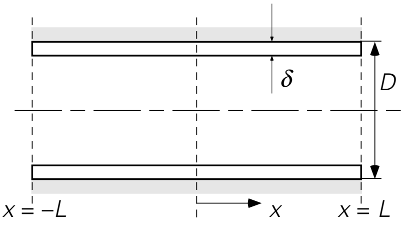
Hoe groot is bij ingeschakeld verwarmingselement in de stationaire toestand:

a. Het warmteverlies naar de omgeving? Motiveer uw antwoord met behulp van een energiebalans.

b. De temperatuur van de binnenwand van het oventje als de buitenwand een temperatuur van 20 °C heeft?

3.3. Een koperen buis (lengte $2L$ = 0,5 m; uitwendige diameter D = 2,5 cm; wanddikte δ = 2 mm) is omgeven door een goede warmte-isolatie. Door de buiswand stroomt een elektrische stroom die een uniforme warmteproduktie veroorzaakt. De totale warmteproduktie is Q = 20 W.

De buisuiteinden worden op 0 °C gehouden. De toestand is stationair.



Figuur 3.1. Figuur bij vraagstuk 3.3.

$\lambda_{\text{koper}} = 400$ W/m °C.

a. Stel de energiebalans op voor een klein stukje (lengte dx) van de buis. Reken x vanuit het midden van de buis (zie figuur 3.1). Bedenk dat de geproduceerde warmte uitsluitend via het koper naar de uiteinden van de buis wordt afgevoerd.

b. Bereken de temperatuur T in de buiswand als functie van x.

3.4. Een ijzeren staaf met lengte L heeft aanvankelijk een uniforme temperatuur T_0. Vanaf zeker tijdstip $t = 0$ wordt de staaf aan één uiteinde ($x = 0$) elektrisch opgewarmd met een constante warmteflux ϕ''_{in}. De staaf is overigens geheel geïsoleerd. Het opwarmproces mag als eendimensionaal opgevat worden: de temperatuur is overal slechts een functie van de tijd en de coördinaat x in de lengterichting van de staaf. Dichtheid ijzer: ρ; soortelijke warmte ijzer: c_p; warmtegeleidingscoëfficiënt ijzer: λ (ρ, c_p en λ hangen niet van de temperatuur af).

a. Leid af hoe de gemiddelde temperatuur van de staaf met de tijd verandert.

b. Schets temperatuursprofielen in de staaf op verschillende tijdstippen. Licht de randvoorwaarden toe.

c. Het temperatuurverloop met de plaats x en met de tijd t kan worden weergegeven met een partiële differentiaalvergelijking. Leid deze vergelijking af uit de warmtebalans over een plakje dx van de staaf.

d. Voor langere tijden is de oplossing van de partiële differentiaalvergelijking uit c. een temperatuurprofiel met constante vorm welke in zijn geheel naar hogere waarden schuift als de tijd toeneemt. Met andere woorden: van elk punt van de staaf stijgt de temperatuur dan in hetzelfde tempo $\partial T/\partial t$. Welk verband bestaat er tussen $\partial T/\partial t$ en ϕ''_{in}? (Gebruik ook het antwoord van vraag a.)

e. Bereken nu voor die langere tijden: $T = T(x,t)$.

3.5. Geef de dimensie van de warmtegeleidingscoëfficiënt λ en van de warmteoverdrachtscoëfficiënt h.

3.6. Een gesloten cilindrisch vat (diameter 0,44 m; hoogte 0,68 m) is geheel gevuld met water ($\rho = 10^3$ kg/m^3; $c_p = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kgK).
Het water wordt goed geroerd. Het volume van de roerder is te verwaarlozen, evenals het vermogen dat de roerder aan het water afgeeft. De temperatuur van het water is aanvankelijk 100 °C. Het water verliest warmte aan de omgeving. De temperatuur van de omgeving is 20 °C. De over het gehele vatoppervlak gemiddelde totale warmteoverdrachtscoëfficiënt is $U = 25$ W/m^{2}K.
Veronderstel dat de soortelijke warmte van water onafhankelijk van de temperatuur is.

a. Hoe lang duurt het tot de temperatuur van het water is gedaald tot 50 °C?

b. Vervolgens wordt er een verwarmingselement dat in het vat aanwezig is aangeschakeld. Dit element geeft een vermogen van Q = 5000 W af. Hoe lang duurt het nu totdat de temperatuur van het water weer 100 °C is?

3.7. In een sporthal bevindt zich 12000 m^3 lucht (ρ = 1,2 kg/m^3; c_p = 1000 J/kgK). Deze lucht wordt verwarmd.
Het warmteverlies van de lucht wordt veroorzaakt door:

– warmteoverdracht door de ruiten (oppervlakte 400 m^2; totale warmteoverdrachtscoëfficiënt U = 5 W/m^2 K) en
– doordat koude lucht voortdurend de hal in stroomt (ϕ_V = 3 m^3/s) en evenveel warme lucht voortdurend de hal uitstroomt.

Warmteverlies door de muren en het dak mag worden verwaarloosd.

a. Hoe groot moet de capaciteit van de verwarmingsinstallatie minimaal zijn om de temperatuur van lucht in de hal 30 °C hoger te houden dan de buitenluchttemperatuur?

b. Als de lucht in de hal aanvankelijk de buitenluchttemperatuur (5 °C) heeft, hoeveel tijd kost het dan deze lucht op te warmen tot 15 °C? De helft van de onder a. gevonden capaciteit van de verwarmingsinstallatie is hiervoor beschikbaar. (De andere helft is nodig om vloer, wanden etc. van de hal op te warmen.)

3.8. Een bol met diameter D bevindt zich in een vloeistof met warmtegeleidingscoëfficiënt λ. De temperatuur van het boloppervlak is constant. Deze temperatuur is θ_0 hoger dan de temperatuur van de vloeistof zeer ('oneindig') ver van de bol.
De vloeistof is niet in beweging. De toestand is stationair.

a. Toon aan dat de warmtestroom ϕ_w door een boloppervlak met straal $r \geq \frac{1}{2} D$ en middelpunt in het middelpunt van de gegeven bol onafhankelijk is van r.

b. Geef een uitdrukking voor ϕ_w waarin de temperatuurgradiënt voorkomt.

c. Bereken de temperatuur θ van de vloeistof als functie van de afstand r tot het middelpunt van de bol. Neem $\theta = 0$ op zeer grote afstand van de bol.

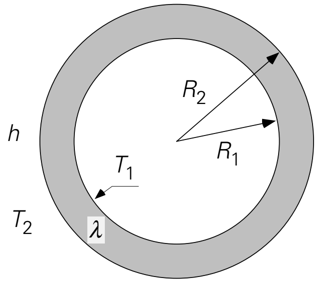
d. Toon aan dat voor dit geval geldt: Nu = 2.

3.9. Een directie overweegt dubbele ramen in zijn grote kantoorgebouw te laten aanbrengen. Volgens de boekhouder bedragen de vaste kosten daarvan (afschrijving, onderhoud, verzekering) *f* 2.000,– per jaar meer dan van enkele ramen. Aardgas kost 11 cent per 10 megajoule (10^7 J), een jaar telt $2 \cdot 10^7$ stookseconden en gemiddeld moet het dan binnen 10 °C warmer zijn dan buiten. De warmteoverdrachtscoëfficiënten binnen en buiten zijn beide 20 W/m^2°C. Een ruit is 3 mm dik (λ_{glas} = 1 W/m °C) en tussen de dubbele ruiten (iedere zijde 3 mm glas) zit 5 mm lucht (λ_{lucht} = 0,025 W/m °C). In deze lucht treedt geen convectie op.

a. Bereken voor de enkele en voor de dubbele ramen het energieverlies per jaar.

b. Hoe groot moet het totale raamoppervlak van het bedrijf zijn, opdat de meerkosten van dubbele ramen te betalen zijn uit de besparing op de verwarmingskosten?

3.10. *Zie figuur 3.2.* Een lange, ronde, rechte, metalen buis is van een isolatiemantel voorzien. De diameter van de buis is zonder mantel $2R_1$ en met mantel $2R_2$. De wanddikte van de buis is verwaarloosbaar klein. De temperatuur van de buiswand is overal T_1. De warmtegeleidingscoëfficiënt van het isolatiemateriaal is λ. De warmteoverdrachtscoëfficiënt mantel-omgeving is h. De omgevingstemperatuur is T_2 ($T_2 < T_1$).



Figuur 3.2. Figuur bij vraagstuk 3.10.

a. Bewijs dat de warmtestroom per lengte-eenheid (ϕ_q') van de buis naar de omgeving gelijk is aan:

$$\phi_q' = \frac{2\pi(T_1 - T_2)}{\dfrac{1}{hR_2} + \dfrac{1}{\lambda} \ln \dfrac{R_2}{R_1}}$$

b. Bewijs dat de waarde van R_2 waarvoor ϕ_q' maximaal is (overige grootheden constant), gelijk is aan: λ/h.

c. De onder b. berekende waarde van R_2 wordt de kritische waarde van R_2 genoemd. Verklaar de fysische betekenis van $R_{2\ \mathrm{kritisch}}$. Beschouw daartoe de gevallen: $R_1 < R_{2\ \mathrm{kritisch}}$ en $R_1 > R_{2\ \mathrm{kritisch}}$.

3.11. Een vlakke metalen strip is in twee richtingen oneindig uitgestrekt en heeft een dikte d. Aan de onderkant ($x = 0$) is de vlakke strip perfect geïsoleerd, aan de andere kant ($x = d$) grenst hij aan olie met temperatuur T_0. Door de metalen strip loopt een elektrische stroom, die overal een warmteproduktie W (in W/m^3) veroorzaakt. De warmteoverdracht aan de oliezijde kan beschreven worden met een warmteoverdrachtscoëfficiënt h. De warmtegeleidingscoëfficiënt van het metaal is λ.

a. Leid de uitdrukking af voor de temperatuur T_d op $x = d$, als functie van T_0 en W, in de stationaire situatie.

b. Geef twee uitdrukkingen voor de warmteflux door het vlak $x = d$.

c. Leid een uitdrukking af voor het stationaire temperatuursprofiel in de strip.

d. Waar is de temperatuur maximaal?

3.12. In een woonkamer is een ruit aanwezig met een hoogte van 1,5 m, een breedte van 2,0 m en een dikte van 4 mm. Deze kamer wordt verwarmd door middel van een radiator, opgenomen in een c.v.-installatie, maar deze radiator is helaas niet onder dit raam geplaatst. Bereken het stationaire warmteverlies door de ruit bij een kamer-

temperatuur van 21 °C en een buitentemperatuur van –5 °C.
De overdrachtscoëfficiënten aan de buitenkant en de binnenkant van de ruit bedragen
8 W/m^2 °C. Om het warmteverlies en de onaangename 'koudeval' tegen te gaan, wil men een dubbele beglazing aanbrengen. Dit wordt een tweetal ruiten, ieder ter dikte van 4 mm en met een afgesloten spouw van 12 mm. In deze luchtlaag tussen de ruiten treedt geen stroming op.
Hoe groot is het warmteverlies na installatie van deze dubbele beglazing bij weer –5 °C en 21 °C?

Gegeven: $\lambda_{\text{glas}} = 1$ W/m °C
$\lambda_{\text{lucht}} = 0{,}024$ W/m °C

Stralingsverliezen mogen worden verwaarloosd.

3.13. Een sloot bevat water van 0 °C. De temperatuur van de wind die over de sloot waait is –10 °C.
Hoe lang duurt het tot een ijslaag van 5 cm dikte is gevormd? Neem daarbij aan dat het temperatuurverloop in het ijs lineair is.

Gegevens:
Warmteoverdrachtscoëfficiënt ijs – lucht = 20 W/m^2 °C.
$\lambda_{\text{ijs}} = 2{,}3$ W/m °C.
Stollingswarmte van water is 335,2 kJ/kg.
Dichtheid van ijs is 800 kg/m^3.

3.14. Een metalen plaat, oppervlakte A en dikte $D = 10$ cm heeft een uniforme temperatuur van 200 °C. De plaat wordt in een zeer grote hoeveelheid vloeistof van 50 °C gedompeld.
Bereken hoe lang het duurt voor het midden van de plaat een temperatuur van 75 °C heeft.
Aangenomen mag worden, dat de warmteweerstand tussen plaat en vloeistof verwaarloosd mag worden.

$\lambda_{\text{metaal}} = 200$ W/m °C ; $(\rho c_p)_{\text{metaal}} = 7 \cdot 10^6$ J/m^3 °C

3.15. Een pakje boter van 250 g (temperatuur $T_0 = 20$ °C) wordt in de koelkast geplaatst. De temperatuur in de koelkast is $T_1 = 4$ °C. De buitenzijde van het pakje boter neemt in de koelkast direkt de temperatuur $T_1 = 4$ °C aan. Na 20 minuten blijkt het middelpunt van het pakje de temperatuur $T_m = 5$ °C te hebben. De stofconstanten van boter mogen onafhankelijk van de temperatuur gesteld worden.

a. Ga na dat voor de temperatuur T_m van het middelpunt van het pakje voor lange tijden geldt:

$$\log\left(\frac{T_1 - T_m}{T_1 - T_0}\right) = a - b \cdot \mathrm{Fo}$$

Hierin zijn a en b constanten en is Fo het Fouriergetal van het pakje boter.
Ga ook na dat $a \approx 0$. Zie bijvoorbeeld de Fourier-grafieken in 'Transport Phenomena Data Companion'.

b. Na hoeveel tijd (vanaf het begin van de afkoeling) is de temperatuur T_m gelijk aan 4,5 °C?

c. Hoe lang duurt het voor het middelpunt van een pakje boter van 500 g (gelijkvormig met het eerste) de temperatuur van 5 °C heeft bereikt? (zelfde T_1 en T_0).

3.16. Elseviers Culinaire Encyclopedie geeft het volgende lijstje tijden, waarin, in kokend water, een hard, niet kruimelig vogelei kan worden bereid:

Vogel	Eiermassa M [g]	Kooktijd t [s]
Kalkoen	95	850
Gans	85	780
Eend	70	620
Kip, klasse 2	65	500
Parelhoender	40	420
Patrijs, kievit	36	390
Fazant	30	350
Duif	24	300

Men vraagt zich af hoe deze gegevens wetenschappelijk zijn samen te vatten en stelt daartoe:

– de warmtevereffeningscoëfficiënt a en de dichtheid ρ zijn voor alle soorten eieren gelijk,

– de schaal van elk ei is zo dun, dat deze een verwaarloosbare warmteweerstand heeft,

– alle soorten eieren zijn gelijkvormig.

a. Toon aan dat het Fo-getal van een ei evenredig is met $t/(M^{2/3})$.

b. Bereken voor alle soorten eieren hoe groot $t/(M^{2/3})$ is.
Wat is uw conclusie?

3.17. Een koelwals (uitwendige diameter D_u = 1 m) heeft een oppervlaktetemperatuur van 20 °C en draait met een hoeksnelheid van 2π min^{-1} rond. Een bitumineus produkt met een temperatuur van 80 °C (bij deze temperatuur vloeit het bitumen nog net) wordt als een laag op de wals gebracht en wordt er na een halve omwenteling weer afgeschrapt.
Geëist wordt dat de temperatuur van het gekoelde bitumen ten hoogste 25 °C is (c = 920 J/kg °C, $\rho = 10^3$ kg/m^3, λ = 0,17 W/m°C voor bitumen).
Warmte-uitwisseling van de laag met de omgeving wordt verwaarloosd. Bij het af-

koelen komt geen latente warmte vrij.
De warmteweerstand tussen walsoppervlak en bitumen is te verwaarlozen.

a. Hoe dik mag de laag zijn, opdat onder de genoemde omstandigheden aan de eis is voldaan?

b. Met welke factor wordt de capaciteit van de wals vergroot, als de hoeksnelheid 6π min^{-1} wordt gekozen?

3.18. Vorige week brandde een professor zijn tong bij het eten van een bitterballetje (diameter 2 cm), dat hij geheel in zijn mond stak. Vandaag denkt hij erover na en komt tot de conclusie dat hij, met behulp van de onderstaande gegevens, een bovengrens voor de warmtevereffeningscoëfficiënt van het materiaal van het homogeen veronderstelde balletje kan berekenen.
Hij weet dat:

1. het balletje in olie verhit werd tot een uniforme temperatuur van 215 °C;
2. nadat het balletje uit de olie is gehaald, het buitenoppervlak van het balletje momentaan afkoelt tot 40 °C en vervolgens op 40 °C blijft;
3. het balletje 2 minuten voor het eten uit de olie is gehaald;
4. zijn tong een temperatuur van 75 °C kan doorstaan zonder te verbranden.

Welke maximaal mogelijke warmtevereffeningscoëfficiënt berekende de professor?

3.19. Een massief glazen bol met diameter 2 dm hangt in een ruimte, die aanvankelijk dezelfde temperatuur heeft als de bol. De omgevingstemperatuur rijst plotseling 10 °C.

Gegeven: $\lambda_{\text{glas}} = 0{,}8$ W/m °C.
$a_{\text{glas}} = 44 \cdot 10^{-8}$ m^2/s.

a. De warmteoverdrachtscoëfficiënt omgeving – bol (h) is ‘oneindig’ groot.
   1. Hoe lang duurt het voordat het hart van de bol de temperatuurverandering voor 3/4 heeft overgenomen?
   2. Hoe lang duurt het voordat de gemiddelde temperatuur van de bol de temperatuurverandering voor 3/4 heeft overgenomen?

b. $h = 8$ W/m^2°C. Hoe lang duurt het voordat de gemiddelde temperatuur van de bol de temperatuurverandering voor 3/4 heeft overgenomen?

3.20. Met spinazie gevulde blikken, die een diameter en een hoogte van 12 cm hebben, worden in een met stoom van 120 °C gevulde ruimte geplaatst om de spinazie te steriliseren. De temperatuur van de blikken is aanvankelijk 20 °C. De warmtegeleidingscoëfficiënt van spinazie is 0,70 W/m °C. De dichtheid van spinazie is 1200 kg/m^3. De soortelijke warmte van spinazie is 4000 J/kg°C. De warmteoverdrachtscoëfficiënt van de stoom naar het blik bedraagt 10000 W/m^2 °C. De dikte van de blikwanden is zeer gering. De warmteweerstand hiervan kan daarom verwaarloosd worden. In de spinazie treedt geen convectie op.

a. Toon aan dat reeds na enkele seconden de warmteweerstand in de spinazie de snelheid van warmteoverdracht bepaalt. Wat betekent dit voor de temperatuur in de spinazie direkt tegen de blikwand?

b. Hoe lang moeten de blikken in de ruimte met stoom gezet worden, opdat de spinazie overal in de blikken tenminste 110 °C is geworden?

3.21. Om de warmtegeleidingscoëfficiënt van alcohol te bepalen, worden de volgende twee proeven gedaan:

1. Een thermometer, gevuld met alcohol en met een bolvormig zeer dunwandig reservoir waarvan de diameter 8 mm bedraagt, wordt op 20 °C gebracht. Vervolgens wordt hij in stromend water van 70 °C gestoken. De warmteoverdrachtsweerstand ligt dan geheel *in* het reservoir. Warmteoverdracht naar de steel van de thermometer is te verwaarlozen. In de alcohol treedt geen vrije convectie op. Na 41 s blijkt de thermometer 65 °C aan te wijzen.
2. Nadat de temperatuur van de thermometer op 70 °C gebracht is, wordt hij vervolgens in stilstaande lucht van 20 °C gehangen. De warmteoverdrachtsweerstand ligt dan geheel *buiten* het reservoir. Ook in de lucht treedt geen vrije convectie op. Warmteoverdracht van de steel van de thermometer is te verwaarlozen. Na 1110 s wijst de thermometer 25 °C aan.

Bereken uit de gegevens van deze proeven de warmtegeleidingscoëfficiënt van alcohol.

$\lambda_{\text{lucht}} = 0{,}025$ W/m °C.

3.22. Bij welke vormen van warmteoverdracht tussen een wand en een aangrenzend fluïdum is de warmteoverdrachtscoëfficiënt *h in principe* een functie van het temperatuurverschil tussen de wand en dat fluïdum?

3.23. Men meet de warmteoverdrachtscoëfficiënt in stromende oliën van verschillende viscositeit in lange buizen. De stroming is steeds laminair en hydrodynamisch en thermisch volledig ingesteld. Heeft de viscositeit invloed op de overdrachtscoëfficiënt? Licht het antwoord toe.

3.24. In een fabriek moet een waterstroom (met een debiet ϕ_V = 100 m^3/h) afgekoeld worden van 70 °C naar 30 °C. Hiervoor wordt een warmtewisselaar ontworpen. De wisselaar bestaat uit 100 rechte stalen pijpen, elk met een diameter van 1 cm en een lengte van 3 m. Deze pijpen zijn parallel geschakeld. De temperatuur van de wand van de pijpen wordt op 20 °C gehouden. Bij het proefdraaien met de pijpen blijkt de watertemperatuur slechts tot 40 °C gezakt te zijn. Er wordt een technoloog bij gehaald. Die rekent snel uit dat om 30 °C te bereiken de buizen langer hadden moeten zijn.

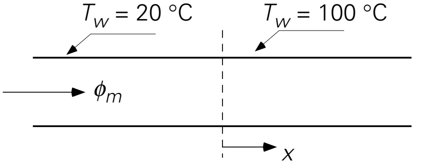
Bereken de lengte die deze technoloog vond. De technoloog rekende met watergegevens bij 50 °C.

3.25. *a.* Door een buis (diameter 10 cm) stroomt water. De temperatuur van de buiswand is T_w = 100 °C. Op zekere plaats in de buis (gelegen ver van het begin van de buis) is de gemiddelde temperatuur van het water 20 °C. De stroming is turbulent: Re = 10^4 (ρ en μ bij 20 °C).
Hoe ver voorbij bovengenoemd punt is de gemiddelde temperatuur van het water 30 °C?
Stofconstanten van water:

$$\left.\begin{array}{ll} \rho & = 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ c_p & = 4{,}2\cdot 10^3 \text{ J/kg °C} \\ \lambda & = 0{,}6 \text{ W/m °C} \end{array}\right\} \text{ praktisch onafhankelijk van de temperatuur.}$$

μ = $1{,}00\cdot10^{-3}$ Ns/m² (20 °C)
μ = $0{,}80\cdot10^{-3}$ Ns/m² (30 °C)
μ = $0{,}28\cdot10^{-3}$ Ns/m² (100 °C)
Pr = 7,01 (20 °C)
Pr = 5,43 (30 °C)
Maak de berekening tweemaal, namelijk
1. door te rekenen met de stofconstanten van water bij 20 °C,
2. door te rekenen met de stofconstanten van water bij 30 °C.
Pas in beide gevallen de Sieder Tate-correctie toe.

b. Door een buis (diameter 10 cm) stroomt water. De temperatuur van de buiswand T_w is voor $x < 0$ 20 °C en voor $x > 0$ 100 °C (zie figuur 3.3).



Figuur 3.3. Figuur bij vraagstuk 3.25.

De plaats $x = 0$ bevindt zich ver van het begin van de buis. Het water komt de buis binnen een met uniforme temperatuur van 20 °C. De stroming is laminair: Re = 10^3 (ρ en μ bij 20 °C).

c. Op welke plaats ($x = L$) is de gemiddelde temperatuur van het water 30 °C? Maak ook deze berekening tweemaal (stofconstanten van water respectievelijk bij 20 °C en bij 30 °C). Pas in beide gevallen de Sieder en Tate-correctie toe.

3.26. Een pas afgestudeerd scheikundig ingenieur treedt in dienst bij een zuivelfabriek. Zijn eerste opdracht betreft de yoghurtproduktie. De yoghurt wordt na pasteurisatie afgekoeld door deze te leiden door een aantal parallel geschakelde

ronde pijpen met uniforme wandtemperatuur. De inwendige diameter van deze pijpen is 1 cm; de pijpwandtemperatuur is 10 °C; het yoghurt-debiet per pijp is 0,03 liter per seconde; de temperatuur waarmee de yoghurt de pijpen binnenkomt is 72,5 °C; de pijplengte is 25 m.
Onze nog groene ingenieur leest in een rapport dat deze pijplengte van 25 m voldoende is om de gemiddelde temperatuur van de yoghurt te laten dalen tot 15 °C. Hij wil dit controleren en stelt meteen een warmtebalans op over een stukje dx van de stroming door een pijp. Hij denkt dat de yoghurt een Newtonse vloeistof is die laminair door de buis stroomt. Daarom gebruikt hij de vergelijking:

$$\mathrm{Nu} = \frac{hD_i}{\lambda} = 1{,}08\left(\frac{ax}{\langle \mathrm{v}\rangle D_i^2}\right)^{-\frac{1}{3}}, \text{ mits } \frac{ax}{\langle \mathrm{v}\rangle D_i^2} < 0{,}05$$

voor de warmteoverdrachtscoëfficiënt. Dan integreert hij en bepaalt zo de pijplengte x_e die nodig is voor een gemiddelde eindtemperatuur van 15 °C. Hij gebruikt hierbij nog: $a_{\mathrm{yoghurt}} = 1{,}5 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m^2/s}$.

a. Hoe groot is de pijplengte x_e die hij vindt?

Hij loopt opgewonden naar zijn chef en vertelt hem het resultaat van zijn berekening. Maar zijn chef vertelt hem dat hij de bovenvermelde vergelijking niet mag gebruiken!

b. Waarom niet?

Bovendien, zegt zijn chef, is er geen sprake van laminaire stroming van een Newtonse vloeistof door de pijpen. Uit verblijftijdspreidingsmetingen is gevonden dat de yoghurt vrijwel als een prop door de pijpen stroomt. Dit kan doordat zich aan de wand een dun waterfilmpje (< 0,1 mm) vormt, waarin de gehele snelheidsgradiënt gelokaliseerd is. Onze ingenieur krijgt een rood hoofd en gaat terug naar zijn bureau om zijn berekening over te maken. Zijn chef roept hem nog na dat hij de warmteweerstand van het waterfilmpje mag verwaarlozen.

c. Welke aanpak volgt hij nu en welke pijplengte x_e vindt hij nu als zijnde nodig voor die gemiddelde eindtemperatuur van 15 °C?

Tenslotte gaat onze ingenieur na welke pijplengte x_e vereist zou zijn als hij, bij gelijkblijvend debiet per pijp, de pijpdiameter zou verdubbelen.

d. Wat vindt hij?

3.27. Bij off-shore oliewinning in de Noordzee wordt de olie vanuit verspreid liggende putten verpompt door buizen, die op de zeebodem liggen, naar een centrale olieterminal. De olie komt met een temperatuur van $T_0 = 80$ °C uit een bepaalde put en stroomt met een snelheid $\mathrm{v} = 1$ m/s door een rechte buis met een inwendige diameter $D = 20$ cm en een lengte $L = 7$ km naar de olieterminal.

Gegevens van Noordzee-olie:

$\mu = 4{\cdot}10^{-3}$ Pa·s, $\rho = 800$ kg/m^3, $\lambda = 0{,}3$ W/mK, $c_p = 2{\cdot}10^3$ J/kgK

Deze gegevens zijn onafhankelijk van de hier optredende temperaturen. De warmteoverdrachtscoëfficiënt aan de *buitenzijde* van de buis is $h_u = 100$ W/m^{2}K. De dikte van de buiswand is klein en de warmteweerstand van de buiswand mag verwaarloosd worden. De temperatuur van het zeewater is $T_z = 10$ °C.

a. 1. Bepaal de gemiddelde temperatuur van de olie als functie van de plaats x in de buis ($x = 0$ is het eind van de buis waar de olie de buis binnenstroomt).
2. Met welke gemiddelde temperatuur T_L komt de olie bij de olieterminal aan?

b. Ter voorkoming van stollen van de zwaardere componenten die in de ruwe olie voorkomen, mag de olietemperatuur niet beneden de 50 °C komen. Men brengt daartoe een isolatielaag van polyurethaanschuim ($\lambda_s = 0{,}03$ W/mK) om de buis aan. Bekend is dat de benodigde dikte van de isolatielaag klein is ten opzichte van de diameter van de buis. De isolatielaag kan dus als een vlakke plaat worden opgevat.
1. Bereken de minimaal benodigde dikte d van deze laag. Verwaarloos bij deze berekening de warmteweerstanden aan binnen- en buitenzijde van de geïsoleerde buis.
2. Toon aan dat bovenstaande verwaarlozing van warmteweerstanden gerechtvaardigd is.

3.28. Een turbulente luchtstroom van $6{,}5{\cdot}10^{-3}$ kg/s komt bij 20 °C een rechte, cilindrische buis binnen. De buiswand is 400 °C. Geëist wordt dat de lucht in de buis tot 300 °C wordt opgewarmd.
Wat bepaalt deze eis ten aanzien van de diameter D_i en van de lengte L_0 van de buis?

Neem de stofconstanten van lucht bij 150 °C:
$\lambda = 0{,}035$ W/m °C
$\mu = 2{,}39{\cdot}10^{-5}$ Ns/m^2
Pr = 0,7
$c_p = 10^3$ J/kg °C

De warmteoverdrachtscoëfficiënt aan de buiswand voldoet aan:
$\mathrm{Nu} = 0{,}027\, \mathrm{Re}^{0,8}\mathrm{Pr}^{0,33}$, indien $\mathrm{Re} > 10^4$, $\mathrm{Pr} \geq 0{,}7$.

3.29. In het Chemisch Weekblad van 30 september 1966 stond het volgende nieuws te lezen: ‘In Elsa, een mijnbouwnederzetting in het Yukongebied, slechts 290 km ten zuiden van de poolcirkel gelegen, waar soms temperaturen tot –70 °C voorkomen, werd de watervoorziening ernstig belemmerd door bevriezingen. Deze moeilijkheid heeft men opgelost door in het nabijgelegen meer een drijvend gemaal te plaatsen. Het bouwwerk is zodanig geconstrueerd dat de waterinlaatbuis zich een behoorlijk stuk onder het niveau van het ijs bevindt. De 12,5 cm dikke pijpleiding, die door de lucht van het gemaal naar een voorraadtank in de stad loopt — een afstand van

ongeveer 5 km —, werd geïsoleerd met een 5 cm dikke laag urethaanschuim. De stroomsnelheid van het water in de pijp bedraagt gemiddeld 675 l/min. Zelfs bij uitzonderlijk lage temperaturen kan water van 2,5 °C van het meer naar de stad worden gepompt, zonder dat verwarming noodzakelijk is'.
Gevraagd: Wat volgt uit deze gegevens voor de warmtegeleidingscoëfficiënt van urethaanschuim? ($\rho_{\text{water}} = 10^3$ kg/m^3; $c_{p\ \text{water}} = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg°C).
Neem aan dat de warmteweerstand tussen water en lucht geheel in het schuim zit. Bedenk dat het temperatuursverschil tussen het water en de lucht voor de gehele lengte van de buis vrijwel 70 °C is. Het warmtetransport door de schuimlaag kan daarom beschouwd worden als warmtegeleiding in een stationaire toestand.

3.30. Men verwarmt water door dit door een elektrisch verwarmde ronde pijp te laten stromen (inwendige diameter van de pijp: D = 1,0 cm). De gemiddelde snelheid v van het water in de pijp is 2,0 m/s. De elektrische verwarming is zodanig aangebracht dat op iedere plaats van het pijpoppervlak evenveel warmte wordt toegevoerd. Het water komt met een gemiddelde temperatuur (T_0) van 20 °C de pijp binnen en moet worden opgewarmd tot een gemiddelde temperatuur (T_L) van 60 °C.

a. Wat is de grootst toelaatbare warmtestroomdichtheid (in W/m^2) aan de pijpwand als de wandtemperatuur (T_w) nergens 100 °C te boven mag gaan om koken van het water te voorkomen? De warmteoverdrachtscoëfficiënt aan de binnenzijde van de buiswand voldoet aan:

$$\text{Nu} = 0{,}027\ \text{Re}^{0,8}\text{Pr}^{0,33}\left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14}$$

b. Hoe lang moet de pijp zijn om bij een warmtestroomdichtheid van 10^5 W/m^2 het water van 20 °C tot 60 °C op te warmen?

Gegevens van water:

dichtheid	: ρ = $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3
viscositeit bij 20 °C	: μ = $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ Ns/m^2
viscositeit bij 60 °C	: μ = $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ Ns/m^2
viscositeit bij 100 °C	: μ = $0{,}3 \cdot 10^{-3}$ Ns/m^2
soortelijke warmte	: c_p = $4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg °C
warmtegeleidingscoëfficiënt	: λ = 0,6 W/m °C

3.31. Een warmtewisselaar bestaat uit een bundel horizontale pijpen. Hierdoor stroomt water, dat ten behoeve van verwarmingsdoeleinden moet worden opgewarmd. De begintemperatuur van het water is 70 °C. De opwarming geschiedt met behulp van rookgassen, die in verticale richting langs de buizen stromen en een temperatuur van 400 °C hebben. Teneinde de totale warmteoverdrachtscoëfficiënt voor de warmteoverdracht van het rookgas naar het water te bepalen, vangt men de vloeistof van één buis gedurende een zekere tijd op in een mengvaatje, dat direkt achter de buis geplaatst is. Tijdens deze proef is het gehele proces stationair. We veronderstellen deze totale warmteoverdrachtscoëfficiënt onafhankelijk van de plaats in de warmtewisselaar.

a. Bereken de totale warmteoverdrachtscoëfficiënt als de temperatuur in het vaatje na mengen 90 °C blijkt te zijn en de snelheid in een pijp (berekend uit de toename van de hoeveelheid water in het mengvaatje gedeeld door het oppervlak van de dwarsdoorsnede van de pijp) 0,10 m/s is.

Gegeven:

pijplengte	0,60 m	
pijpdiameter inwendig	$4 \cdot 10^{-2}$ m	
dichtheid	960 kg/m^3	geldig voor
soortelijke warmte	4 kJ/kgK	water van
dynamische viscositeit	$4 \cdot 10^{-4}$ Ns/m^2	70 tot 90 °C

b. Om een indruk te krijgen van de grootte van de afzonderlijke warmteoverdrachtscoëfficiënten (van het rookgas naar de pijpwand en van de pijpwand naar het water, waarbij de geleidingsweerstand van de pijpwand zelf mag worden verwaarloosd), herhaalt men de proef bij een tweemaal zo hoge vloeistofsnelheid in de buizen. Men vindt nu, nadat het proces onder deze verhoogde snelheid weer de stationaire toestand heeft bereikt, dat de temperatuur in het mengvaatje maar 81,5 °C wordt.
Bereken hieruit de grootte van de beide partiële warmteoverdrachtscoëfficiënten van het eerste geval (90 °C in het mengvaatje en een vloeistofsnelheid van 0,10 m/s). Beide partiële warmteoverdrachtscoëfficiënten worden onafhankelijk van de plaats in de warmtewisselaar gesteld.

3.32. Een zeer viskeus polymeer wordt gemaakt bij een temperatuur van 80 °C. De volgende bewerking moet plaats vinden bij 60 °C in een ander apparaat. Daarom lijkt het een goed idee het polymeer af te koelen terwijl het door een transportleiding naar dat andere apparaat geperst wordt. Daartoe wordt de wand van de transportleiding op 15 °C gebracht en gehouden. De diameter D van de leiding is 10 cm en de lengte 10 m. Over de leiding (die horizontaal loopt) staat een drukval Δp van 3200 Pa. Er mag aangenomen worden dat bij de pijpingang het snelheidsprofiel zich instantaan instelt.

Eigenschappen van het polymeer:

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$$
$$c_p = 2 \cdot 10^3 \text{ J/kg/K}$$
$$\mu = 1 \text{ Ns/m}^2$$
$$\lambda = 0{,}4 \text{ W/m/K}$$

a. Bepaal het volumedebiet door de leiding.

b. Welke relatie geldt er hier voor de warmte-overdrachtscoëfficiënt?

c. Leid een uitdrukking af die weergeeft hoe de temperatuur van het polymeer in de stromingsrichting afneemt.

d. Laat zien dat aan het einde van de leiding de temperatuur nog niet tot 60 °C gedaald is.

3.33. Tijdens een excursie naar de "Vereenigde Glasfabrieken" te Leerdam koopt een Delftse hoogleraar een bolvormige, massieve presse-papier met een diameter van
10 cm. Tijdens de excursie wordt verteld dat de bol direct na de vervaardiging (d.i. na stolling) een uniforme temperatuur van 700 °C heeft. Vervolgens wordt de bol ter afkoeling in een luchtstroom geplaatst (luchtsnelheid bedraagt 20 cm/s). Om inwendige spanningen te voorkomen wordt de temperatuur van de lucht zo geregeld dat deze gedurende het afkoelproces steeds 60 °C beneden de gemiddelde temperatuur van de bol ligt.

a. Volgens de hoogleraar speelt alleen de warmteoverdracht aan de buitenzijde van de bol een rol. Laat zien dat dit juist is.

b. Bereken hoe lang het duurt voordat de gemiddelde temperatuur van de bol van 700 °C tot 70 °C gedaald is.

Gegevens:
Lucht: $\lambda_a = 0{,}025$ W/m/K
$\mu_a = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ Ns/m^2
$\rho_a = 1{,}0$ kg/m^3
$c_{pa} = 10^3$ J/kg/K
Glas: $\lambda_g = 1$ W/m/K
$\rho_g = 3000$ kg/m^3
$c_{pg} = 800$ J/kg/K

3.34. Loodhagel wordt gemaakt door druppels gesmolten lood ($\rho_b = 1{,}13 \cdot 10^4$ kg/m^3) van een hoogte L door lucht te laten vallen. De temperatuur van de lucht is 20 °C. Hoe groot moet L minstens zijn opdat bolvormige druppels van 2 mm diameter geheel gestold op de grond komen? De druppels vallen met de stationaire valsnelheid.
Het warmtegeleidingsvermogen van lood is zo groot dat in de druppels een uniforme temperatuur mag worden aangenomen, gelijk aan de smelttemperatuur (T_s = 327 °C) van lood. Smeltwarmte van lood: $23{,}5 \cdot 10^3$ J/kg. Stofconstanten van lucht (20 °C): $\nu = 15 \cdot 10^{-6}$ m^2/s; $\lambda = 0{,}025$ W/m°C; Pr = 0,713; $\rho = 1{,}2$ kg/m^3. De warmteoverdrachtscoëfficiënt druppel-lucht voldoet aan: $\mathrm{Nu} = 2 + 0{,}66\,\mathrm{Re}^{0{,}5}\mathrm{Pr}^{0{,}33}$.

3.35. In een proces worden teflon bolletjes met een diameter van 5 mm gemaakt. Aan het eind van de fabricage hebben deze bolletjes nog een uniforme temperatuur van 60 °C. De bolletjes moeten afgekoeld worden tot in de bolletjes de maximale temperatuur 12 °C is. Het idee van een ingenieur is om deze bolletjes door een kolom gevuld met water van 10 °C te laten vallen. Op intuïtieve gronden denkt zijn collega genoeg te hebben aan een kolom van 5 m hoogte. De ingenieur meent echter (op grond van een berekening) dat deze hoogte te gering is. In deze opgave wordt gevraagd dit na te rekenen.

Gegevens:
stationaire valsnelheid van een bolletje: $v_s = 0{,}44$ m/s
teflon: $\rho = 2200$ kg/m^3
$c_p = 1000$ J/kgK
$\lambda = 0{,}3$ W/mK

a. Toon aan dat de weerstand voor warmtetransport zich in het teflonbolletje bevindt.
b. Bereken de tijd die nodig is om te bewerkstelligen dat de maximale temperatuur in het bolletje 12 °C is.
c. Bereken de hiervoor vereiste hoogte van de waterkolom.

3.36. *a*. Van twee even zware, goed geleidende metalen bollen verhouden de diameters D_1 en D_2 zich als 2:1. Beide bollen staan af te koelen in stilstaande lucht (vrije convectie mag verwaarloosd worden). Hun aanvangstemperatuur is T_1, terwijl de lucht de temperatuur T_∞ heeft. Gevraagd wordt de verhouding van de tijden waarin de bollen afkoelen tot temperatuur T_2 als het produkt van dichtheid en soortelijke warmte voor beide bollen even groot is.

Dezelfde bollen als onder (a) koelen nu af terwijl zij met een stationaire snelheid door dezelfde lucht vallen. Hun aanvangstemperatuur is weer T_1 en de temperatuur van de lucht is nog steeds T_∞.

b. 1. Laat met behulp van een krachtenbalans zien dat het produkt van valsnelheid en diameter voor beide bollen even groot is.
2. Wat is de verhouding van de trajecten die de bollen moeten afleggen om af te koelen tot temperatuur T_2?

3.37. Een hot-wire anemometer is een apparaatje om de snelheid in een gas- of vloeistof stroming te meten. Het bestaat in essentie uit een dun draadje, meestal gemaakt van platina, dat elektrisch verhit wordt en door de stroming dwars wordt aangestroomd (d.w.z. de richting van de stroming staat loodrecht op de lengteas van het draadje). De temperatuur van het draadje wordt bepaald door de weerstand van het draadje te meten.
Het platina draadje is 1,5 cm lang en heeft een diameter D van 0,25 mm. Het wordt in een luchtstroom gehangen (dwars op de stroomrichting); de luchtsnelheid is v, de temperatuur van de aanstromende lucht is 20 °C (de druk is 1 bar). Aan het draadje wordt een vermogen van 1,5 W toegevoerd. De temperatuur van het draadje is 320

°C. De toestand is stationair.

a. Vermeld van welke grootheden het temperatuurverschil tussen de draad en de vloeistof afhangt. Voer op basis hiervan een dimensie-analyse uit.

b. Stel een warmtebalans op over het draadje en bereken hieruit de warmteoverdrachtscoëfficiënt h.

c. Wat is het verband tussen de warmteoverdrachtscoëfficiënt en de luchtsnelheid?

d. Bereken de luchtsnelheid v.

Gegevens: lucht bij $T = 20$ °C, $p = 1$ bar:
$\rho = 1{,}2$ kg/m^3
$\lambda = 0{,}0257$ W/mK
$\mu = 1{,}8\ 10^{-5}$ Ns/m^2
Pr = 0,71

3.38. Een bolvormige thermometer heeft een temperatuur T_0. De thermometer wordt plotseling (aan een dun staafje) in een stromend medium met temperatuur T_1 gestoken. De gemiddelde temperatuur $\langle T\rangle$ van de thermometer zal na verloop van tijd de waarde T_1 naderen. Onder de tijdsconstante τ van deze thermometer verstaan we de tijd die nodig is om te bereiken dat geldt:

$$T_1 - \langle T\rangle = \frac{1}{\mathrm{e}}\,(T_1 - T_0)$$

met e het grondtal van de natuurlijke logaritme.
Neem aan:

1. de warmteweerstand in de thermometer is verwaarloosbaar klein;
2. de warmte-overdrachtscoëfficiënt h van het medium naar de bol is constant.

a. Toon aan dat τ gegeven wordt door: $\tau = \alpha/h$
Geef een uitdrukking voor α.

b. Beschouw zo'n thermometer die bestaat uit een met kwik gevulde ijzeren bol.
uitwendige diameter bolletje: $D = 10$ mm
wanddikte ijzer: $d = 1$ mm
soortelijke warmte kwik: $c_{Hg} = 1{,}9{\cdot}10^6$ J/m^{3}K
soortelijke warmte ijzer: $c_{Fe} = 3{,}7{\cdot}10^6$ J/m^{3}K
De thermometer wordt plotseling in een waterstroom (van 20 °C) met een stroomsnelheid van 1 m/s gestoken.
Bereken de waarde van τ.

c. De buitenzijde van de thermometer is door langdurig gebruik bedekt met een laag vuil met een dikte van 0,5 mm. Bereken nu de waarde van τ.
Gegeven: $\lambda_{vuil} = 0{,}6$ W/mK.

3.39. Een gesloten bolvormig reactorvat (diameter 40 cm) staat vrij opgesteld in een fabriekshal. In de reactor bevindt zich een verwarmingselement dat een vermogen van 21 kW aan de reactorvloeistof toevoert. De reactor heeft een stalen wand (λ_s = 100 W/mK) met een dikte d = 2 cm. Aan de reactor wordt een waterige oplossing van 20 °C toegevoerd met een debiet ϕ_m = 0,1 kg/s. Uiteraard verlaat ook zo'n zelfde debiet de reactor. De reactor is geheel gevuld met de waterige vloeistof en mag als perfect geroerd vat opgevat worden. Dit betekent ondermeer dat de warmteoverdrachtscoëfficiënt voor warmtetransport van de vloeistof naar de staalwand 10^3 W/m^{2}K is.

Door de fabriekshal tocht het zodat er voortdurend lucht van 20 °C met een snelheid van 0,30 m/s langs de reactor stroomt.

a. Toon aan dat het warmteverlies van de reactor naar de omgeving bepaald wordt door de langstromende lucht.

b. Na de fabrieksvakantie wordt de reactor opgestart. Stel de differentiaalvergelijking op die het verloop van de temperatuur van de inhoud van de reactor als functie van de tijd.

c. Bereken de temperatuur van de inhoud van de reactor in de stationaire situatie.

d. Door problemen verderop in de fabriek wordt gedurende 2 dagen de watertoe- en afvoer afgesloten. Uiteraard wordt ook het verwarmingselement afgeschakeld. Bereken de temperatuur die de reactorinhoud heeft na afloop van deze 2 dagen.

3.40. In stromend water met een temperatuur van 15 °C steekt men, dwars op de stromingsrichting, twee temperatuurmeetelementen die een temperatuur van 25 °C hebben. Het eerste element bestaat uit een lange massieve glazen cilinder waarin zich in de as ver van het uiteinde een thermokoppel bevindt. Het tweede element bestaat uit een lange massieve koperen cilinder waarin zich eveneens in de as ver van het uiteinde een thermokoppel bevindt.

a. Bereken voor elk van beide meetelementen de verhouding van de inwendige en de uitwendige weerstand voor warmteoverdracht.

b. Bereken voor elk van beide meetelementen hoe lang het duurt voordat het een temperatuur van 16 °C aanwijst. Verwaarloos hierbij voor elk de kleinste van de inwendige en uitwendige warmteweerstanden.

Gegevens:

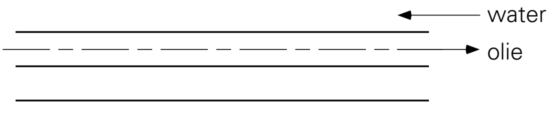
Diameter van beide cilinders	: D = 4 mm
Snelheid van het stromende water	: v = 0,5 m/s
Stofeigenschappen van water:	
warmtegeleidingscoëfficiënt	: λ_w = 0,6 W/m °C
soortelijke warmte	: $(c_p)_w = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg°C
viscositeit	: $\mu_w = 10^{-3}$ kg/ms
dichtheid	: $\rho_w = 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3
Stofeigenschappen van glas:	

warmtegeleidingscoëfficiënt	: $\lambda_g = 0{,}8$ W/m °C
soortelijke warmte	: $(c_p)_g = 8{\cdot}10^2$ J/kg°C
dichtheid	: $\rho_g = 2{,}5{\cdot}10^3$ kg/m^3

Stofeigenschappen van koper:

warmtegeleidingscoëfficiënt	: $\lambda_k = 400$ W/m °C
soortelijke warmte	: $(c_p)_k = 4{\cdot}10^2$ J/kg°C
dichtheid	: $\rho_k = 8{\cdot}10^3$ kg/m^3

3.41. *Zie figuur 3.4.* Olie stroomt door de binnenbuis van een dubbelpijp-warmtewisselaar. De massastroom bedraagt ϕ_{mo} = 0,189 kg/s. De olie wordt in tegenstroom gekoeld met water, dat tussen de twee buizen stroomt. De massastroom water bedraagt ϕ_{mw} = 0,151 kg/s. De olie komt de warmtewisselaar binnen met een temperatuur 422 K en moet gekoeld worden tot 344 K. De temperatuur van het beschikbare koelwater bedraagt 283 K. De diameter van de binnenbuis is 12,7 mm.



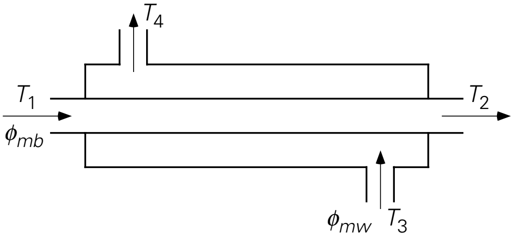
Figuur 3.4. Figuur bij vraagstuk 3.41.

De dikte en de warmteweerstand van de wand van deze buis zijn te verwaarlozen. De warmteoverdrachtscoëfficiënt aan de binnenzijde van de binnenbuis is h_0 = 2270 W/m^{2}K. De warmteoverdrachtscoëfficiënt aan de buitenzijde van de binnenbuis h_w = 5670 W/m^{2}K. De soortelijke warmte van olie is c_0 = 2,18 kJ/kgK. De soortelijke warmte van water is c_w = 4,19 kJ/kgK. Er is geen warmte-uitwisseling met de omgeving.

a. Bereken hoe lang de warmtewisselaar moet zijn.

b. Als de olie en het water dezelfde stromingsrichting hebben, hoe lang moet dan de warmtewisselaar zijn?

3.42. In een aan de buitenzijde goed geïsoleerde tegenstroomwarmtewisselaar (zie figuur 3.5) wordt benzeen gekoeld met water.



Figuur 3.5. Figuur bij vraagstuk 3.42.

Gegevens:

De massastroom benzeen ϕ_{mb} = 1 kg/s.

De gemiddelde temperatuur van het intredende benzeen T_1 = 20 °C.
De gemiddelde temperatuur van het uittredende benzeen T_2 = 10 °C.
De soortelijke warmte van benzeen $(c_p)_b = 1{,}7 \cdot 10^3$ J/kg°C.
De massastroom water ϕ_{mw} = 2 kg/s.
De gemiddelde temperatuur van het intredende water T_3 = 5 °C.
De soortelijke warmte van water $(c_p)_w = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg °C.

a. Bereken de gemiddelde temperatuur van het uittredende water T_4.
Er is geen warmte-uitwisseling met de omgeving.

b. Als nog gegeven is dat het warmte-uitwisselend oppervlak tussen het water en het benzeen 2 m^2 is, bereken dan de bijbehorende totale warmteoverdrachtscoëfficiënt.

3.43. In een dubbele-pijp warmtewisselaar wordt benzeen van 20 tot 60 °C opgewarmd in tegenstroom met water, dat daarbij van 88 tot 48 °C afkoelt. Bij een revisie wordt per ongeluk de stroomrichting van het water omgekeerd. Hoe groot wordt nu de eindtemperatuur van het benzeen?
De totale warmteoverdrachtscoëfficiënt tussen het benzeen en het water heeft overal in de warmtewisselaar dezelfde waarde. Bovendien is deze warmteoverdrachtscoëfficiënt in beide gevallen dezelfde.

3.44. Een condensor bestaat uit een aantal koperen pijpen (D_i = 22,8 mm, wanddikte d = 1,25 mm). Op de buitenkant van de pijpen condenseert 9080 kg/h Freon 12 bij 32,2 °C. Door koelwater in de pijpen wordt de condensatiewarmte (137,5 kJ/kg) afgevoerd. De stroomsnelheid van het water is 1,22 m/s en de in- en uitgangstemperaturen zijn respectievelijk 15,5 en 17,8 °C. De totale warmteoverdrachtscoëfficiënt Freon-water, betrokken op het uitwendig pijpoppervlak, is 1010 W/m °C. Uit welk aantal pijpen n bestaat de condensor en wat is de lengte L van deze pijpen?
($\rho_{\text{water}} = 10^3$ kg/m^3; $c_{p\ \text{water}} = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg°C).

3.45. Door een dunwandige metalen pijp (diameter D = 0,0254 m) stroomt ϕ_m = 0,02 kg/s lucht onder vrijwel atmosferische druk. Deze lucht moet worden opgewarmd van T_1 = 20 °C tot T_2 = 80 °C. Hiertoe laat men stoom condenseren in een mantel om de buis. De binnenzijde van de buiswand krijgt hierdoor een uniforme temperatuur T_w.
De gemiddelde warmteoverdrachtscoëfficiënt aan de binnenzijde van de buiswand is h. Deze h voldoet aan de betrekking: Nu = 0,027 Re^{0,8}Pr^{0,33}, waarin voor de stofconstanten van lucht de waarden bij 50 °C moeten worden ingevuld.

a. Leid af dat voor de lengte van de pijp L geldt (soortelijke warmte van lucht c_p onafhankelijk van de temperatuur gesteld):

$$L = \frac{\phi_m c_p}{h \pi D} \ln \left(\frac{T_w - T_1}{T_w - T_2} \right)$$

Met welke factor wordt de benodigde pijplengte L vergroot, indien:

b. de pijpdiameter wordt verdubbeld,

c. de massastroom wordt verdubbeld,

d. de diameter en de massastroom worden verdubbeld?

In alle drie de gevallen mag worden aangenomen dat de druk in de pijp vrijwel atmosferisch blijft.

3.46. Door een ronde, rechte, roestvrij stalen buis (diameter inwendig 10 cm, wanddikte 2 mm) stroomt water met een gemiddelde snelheid van 2 m/s. Dit water wordt opgewarmd door middel van stoom die op de buitenzijde van de buis condenseert. Het blijkt dat de totale warmteoverdrachtscoëfficiënt U stoom-water 1000 W/m^2/K bedraagt. Gegeven is verder dat de warmtegeleidingscoëfficiënt van roestvrij staal 20 W/m/K bedraagt.

a. Leid het verband af tussen U en de partiële warmteoverdrachtscoëfficiënt stoom-buiswand. Als je bij deze afleiding een of meer benaderingen gebruikt, moet je deze vermelden en rechtvaardigen.

b. Bereken de partiële warmteoverdrachtscoëfficiënt stoom-buiswand.

c. Licht toe waarom de waarde van de partiële warmteoverdrachtscoëfficiënt stoom-buiswand groter is dan de totale warmteoverdrachtscoëfficiënt U stoom-water.

d. Waarom zou de partiële warmteoverdrachtscoëfficiënt stoom-buiswand kleiner zijn dan de partiële warmteoverdrachtscoëfficiënt water-buiswand?

3.47. In een condensor vindt condenstatie van stoom plaats op de buitenwand van een bundel evenwijdige pijpen. Het totale buitenoppervlak van de pijpen is 5 m^2. Er condenseert 1200 kg stoom per uur. De druk in de condensor is 1 bar. Door de pijpen stroomt 14000 kg koelwater per uur. De temperatuur van het aan de condensor toegevoerde koelwater bedraagt 15 °C. De condensatiewarmte van stoom is 2685 kJ/kg. De condensor is goed geïsoleerd; er vindt dus geen warmte-uitwisseling met de omgeving plaats.

a. Bereken de totale warmteoverdrachtscoëfficiënt (U) tussen het koelwater en de stoom.

b. Als de partiële warmteoverdrachtscoëfficiënt aan de stoomzijde 12000 W/m^{2}K is, bereken dan de warmteweerstand (x/λ) van de pijpwanden. Bekend is dat de inwendige diameter van de pijpen 1,5 cm is en dat de snelheid van het koelwater in de pijpen 2 m/s is.

Stofconstanten van het koelwater:

dichtheid	: ρ	$= 10^3$ kg/m^3
viscositeit	: μ	$= 10^{-3}$ Ns/m^2
soortelijke warmte	: c_p	$= 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kgK
warmtegeleidingscoëfficiënt	: λ	$= 0{,}6$ W/mK

gemiddelde Prandtl-getal : Pr = 5,8

3.48. Door een horizontale, stalen pijp met een inwendige diameter D_i van 10 cm en een uitwendige diameter D_u van 12 cm stroomt water met een snelheid van 6 cm/s. De pijp is 20 m lang. De omringende lucht heeft een temperatuur van 20 °C, de temperatuur van het water aan de ingang van de pijp is 100 °C. De toestand is stationair.

Verder is gegeven:

uitwendige warmteoverdrachtscoëfficiënt	$h_u = 93$ W/m^{2}K	
warmtegeleidingscoëfficiënt van staal	$\lambda_s = 50$ W/mK	onafhankelijk van de temperatuur
warmtegeleidingscoëfficiënt van water	$\lambda_w = 0{,}625$ W/mK	
viscositeit van water	$\mu_w = 10^{-3}$ Ns/m^2	
dichtheid van water	$\rho_w = 10^3$ kg/m^3	
soortelijke warmte van water	$c_{p,w} = 4{,}2$ kJ/kgK	

a. Bereken de totale warmteoverdrachtscoëfficiënt U, betrokken op D_u.
b. Stel de differentiaalvergelijking op die de temperatuur als functie van de afstand x (in de stromingsrichting) beschrijft.
c. Hoe groot is de uitlaattemperatuur?

3.49. Water van 50 °C stroomt door een niet-geïsoleerde pijp, die staat opgesteld in een ruimte gevuld met lucht waarvan de temperatuur op 20 °C wordt gehouden. Door de wand van de pijp gaat 100 W warmte verloren. De temperatuur van het water daalt in de pijp zo weinig, dat het temperatuurverschil tussen water en lucht overal 30 °C gesteld kan worden. De warmteoverdracht van het water naar de lucht wordt bepaald door laminaire vrije convectie in de lucht. De over de pijpwand gemiddelde warmteoverdrachtscoëfficiënt daarvan is evenredig met $((\rho_\infty - \rho_w)/\rho_w)^{1/4}$, waarin ρ_∞ de dichtheid van de lucht bij 20 °C en ρ_w de dichtheid van de lucht, die zich direkt tegen de pijpwand bevindt.
Een tijd later stroomt water van 80 °C door dezelfde pijp.
Bereken het warmteverlies voor deze tweede situatie. Ook in dit geval daalt de temperatuur van het water zeer weinig en wordt de warmteoverdracht van het water naar de lucht bepaald door laminair vrije convectie in de lucht.

3.50. Het Grashofgetal

$$\mathrm{Gr} = \frac{L^3 g \beta \rho^2 (T_w - T_0)}{\mu^2}$$

wordt gebruikt om de warmteoverdracht door vrije convectie te beschrijven.
a. Bereken de gemiddelde gasfilm warmteoverdrachtscoëfficiënt voor de afkoeling van een 20 cm hoge metalen plaat van 50 °C door lucht van 20 °C. Beschouw

lucht als een ideaal gas.

b. Beredeneer waarom in het Grashofgetal de dimensieloze term ($\beta \Delta T$) alleen tot de macht 1 voorkomt en niet tot een macht van bv. 2 of 3.

c. Een cilindrisch blikje bier moet snel gekoeld worden. Is het beter om het liggend of staand op een open rek in de koelkast te plaatsen?

3.51. In 1990 is in Twente een meteoriet ingeslagen in het dak van een woning. Uit waarnemingen in de omgeving gedaan werd geconcludeerd dat de meteoriet verticaal neerkwam. Een nadere analyse van de brokstukken van de meteoriet leerde dat gedurende dat laatste deel van de val de massa van de meteoriet 1 kg geweest moet zijn, en zijn diameter 10 cm. Hieruit werd weer afgeleid dat de inslagsnelheid tussen 100 en 400 km/uur lag.

a. Tot welke snelheid kom jij op basis van de vermelde gegevens?

Uit waarnemingen gedaan in het gehele land werd geconcludeerd dat op 60 km hoogte de meteoriet een snelheid van 10^5 km/uur had en een diameter van 70 cm. Daarbij lichtte de meteoriet hel geel op.

Ter informatie: de golflengte van geel licht bedraagt 5000 Å; op 60 km is de temperatuur –30 °C en de druk 22 Pa.

b. Verifieer de conclusies betreffende snelheid en kleur van het uitgezonden licht.

3.52. Beschouw een horizontaal plat dak waarop de zon schijnt bij windstil weer. De warmtestroomdichtheid door de zonnestraling naar het dak toe (ϕ_w'') bedraagt 300 W/m^2. Alle straling wordt door het dak geabsorbeerd, terwijl door een goede isolatie aan de onderzijde van het dak het warmteverlies verwaarloosbaar is.

a. Leg uit waarom er boven het dak vrij convectie zal optreden.

b. Geef de uitdrukking voor de bijbehorende Nu-relatie.

c. Bereken in de stationaire toestand de oppervlakte-temperatuur van het dak bij een omgevingstemperatuur van 20 °C. Verwaarloos hierbij de straling van het dak naar de omgeving.

d. Is de verwaarlozing van straling van het dak bij c gerechtvaardigd?

Gegevens lucht: $\lambda = 2{,}7 \cdot 10^{-2}$ W/mK
$a = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ m^2/s
$\nu = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ m^2/s

Vat lucht op als een ideaal gas.

3.53. Een grote winkelketen adverteert deze zomer met een “eigen douche op de camping”. Het produkt, dat te koop wordt aangeboden, bestaat uit een grote, zwarte plastic zak (bolvormig, diameter D = 30 cm) waarin water door de zon opgewarmd kan worden.

Beschouw de volgende situatie.

De zak (geheel gevuld met water) hangt aan touw in de volle zon. De energieflux

van de zon die de zak bereikt, bedraagt onder deze omstandigheden 450 J/m^2s. Het plastic absorbeert alle invallende straling. De omgevingstemperatuur van de lucht is 30 °C. Er waait een briesje met een snelheid van $v = 0.5$ m/s om de zak heen.
Bereken voor stationaire condities de temperatuur van het douchewater in de zak. Doe dit met en zonder verwaarlozing van straling (anders dan van de zon). Vrije convectie mag buiten beschouwing gelaten worden. Vat de zak op als een zwarte straler.

3.54. Een zonneboiler bestaat uit twee evenwijdige platen (oppervlakte per plaat = 0.5 m^2). De bovenste is een dunne glasplaat, de onderste is van metaal en is volkomen zwart geschilderd. De tussenruimte is gevuld met lucht en heeft een dikte D van 2 cm. Aan de onderzijde van de metalen plaat is over het gehele oppervlak een leidingsysteem gesoldeerd, waardoor water stroomt dat door de boiler opgewarmd moet worden. Alle invallende zonne-energie wordt door de metalen plaat geabsorbeerd, terwijl de glazen plaat geheel transparant voor alle golflengten verondersteld wordt. De platen zijn horizontaal opgesteld. De warmteflux van de zon op zomerse dagen is (per m^2 plaatoppervlak) 950 W/m^2. De temperatuur van de omgevingslucht, T_0, is 20 °C. De boiler dient zo ontworpen te worden dat water met een temperatuur van 10 °C wordt opgewarmd tot 40 °C, terwijl de metalen plaat een temperatuur van 90 °C aanneemt.

a. Welke mechanismen zijn verantwoordelijk voor warmtetransport van de metalen plaat naar de lucht boven de glasplaat?
b. Stel een warmtebalans op voor de boiler in het geval van een stationaire toestand. De boiler is aan de onderzijde en aan de zijkanten perfect geïsoleerd. Tevens zijn de warmteweerstanden van de glasplaat en van de glasplaat naar de omgeving verwaarloosbaar. Bepaal hoeveel warmte er per tijdseenheid beschikbaar is voor het opwarmen van het water.
c. Toon aan dat het warm waterdebiet dat de boiler kan leveren ontoereikend is voor serieus gebruik.

3.55. Beschouw een horizontaal, plat dak (lengte schaal groter dan 1 m) in een windstille omgeving. De temperatuur van de lucht is 20 °C, de druk 1 atm. Warmtetransport van het dak naar de omgeving kan onder deze omstandigheden plaats vinden via straling en vrije convectie. Teken in een grafiek de warmteoverdrachtscoëfticiënt voor vrije convectie en voor straling als functie van het temperatuurverschil tussen liet dak en de omgevingslucht. Toon hiermee aan dat straling nooit verwaarloosbaar is t.o.v. vrije convectie bij de beschouwde omstandigheden. De lucht mag opgevat worden als een ideaal gas, het dak als een zwarte straler.

4 Massatransport

4.1. Een mottenbal met een diameter van 1 cm wordt (aan een draadje) in stilstaande lucht gehangen. Mottenballen bestaan uit zuivere naphthaleen.

a. Bereken de verdampingssnelheid (in kg/s) van de mottenbal op het tijdstip van het ophangen ($t = 0$). Stel Sh = 2.

b. Hoe lang duurt het voor de diameter van de mottenbal de helft kleiner is geworden? Stel Sh = 2.

c. Het gebruik van de relatie Sh = 2 bij het beantwoorden van vraag a. en b. is strikt genomen niet geheel correct. Welke bezwaren bestaan er?

Gegevens betreffende naphthaleen:

diffusiecoëfficiënt in lucht	: $\mathbb{D} = 0{,}7\ 10^{-5}\ m^2/s$
dichtheid	: $\rho = 1150\ kg/m^3$
molgewicht	: $M = 106$ kg/kmol
dampdruk bij kamertemperatuur	: $p^* = 6{,}58 \cdot 10^{-5}$ bar
gasconstante R	: 8310 J/kmolK

4.2. Op een stortplaats in L. is 10 jaar geleden een voor het milieu schadelijke stof gestort. Deze stof is langzamerhand, vooral door doorsijpelend regenwater, in de bodem doorgedrongen. Dit proces kan worden opgevat als een diffusieproces met een effectieve diffusiecoëfficiënt $\mathbb{D}$ die gelijk is aan $2 \cdot 10^{-10}\ m^2/s$. De gestorte laag is zo dik dat gedurende al die tijd aan het grondoppervlak een concentratie heerst die gelijk is aan de oplosbaarheid c^* van de betrokken stof in de bodem. Deze c^* bedraagt 2 kg/m^3.

a. Hoe diep is de schadelijke stof in die 10 jaar in de grond gediffundeerd?

b. Hoeveel van die schadelijke stof is er per m^2 in die 10 jaar in de grond gediffundeerd?

c. De gemeenteraad van L. besluit tot afgraven: niet alleen de gestorte laag, maar ook nog 30 cm van de ondergrond zal worden verwijderd. Hoe groot is de gemiddelde concentratie van de schadelijke stof in die laag van 30 cm? Bedenk dat de concentratie van de schadelijke stof in de ondergrond praktisch lineair met de diepte afneemt.

4.3. Een bolvormige regendruppel (diameter D = 5 mm) valt met een constante snelheid verticaal omlaag in stilstaande lucht. Boven een landbouwgebied aangekomen, valt onze regendruppel door een deken van ‘smog’ waarin een hoge concentratie ammoniak aanwezig is. De dikte van de smogdeken is 250 m, de dampspanning van ammoniak in de deken heeft de constante waarde p_0. De diffusieconstante $\mathbb{D}_a$ van ammoniak in water bedraagt bij de heersende temperatuur (T = 20 °C) $1{,}49 \cdot 10^{-9}$ m^2/s. De druppel blijft gedurende de hele val bolvormig en de verdamping van water uit de druppel is verwaarloosbaar klein. In evenwicht wordt het verband tussen de molfractie x (in mol NH_3/mol H_2O) van NH_3 in (zuiver) water en dampspanning p van NH_3 in de lucht gegeven door de wet van Henry: $p = H \cdot x$, waarin voor NH_3 de constante $H = 2{,}8 \cdot 10^5$ Pa.

a. Bereken de stationaire valsnelheid van de druppel.

b. Bereken de tijd τ die de druppel door de smogdeken valt.

c. Bereken de indringdiepte van de ammoniak in de druppel op het moment dat de druppel uit de ammoniakdeken valt. De reactie tussen water en ammoniak wordt verwaarloosd.

d. Geef het verband tussen de grensvlakconcentratie c_g van ammoniak in het water en de dampspanning van ammoniak in de lucht.

e. Bepaal de verhouding van de gemiddelde concentratie ammoniak $\langle c \rangle$ in de druppel en de concentratie ammoniak c_0 in de lucht op het moment dat de druppel uit de ammoniakdeken valt.

4.4. Een open bakje met water (laagdikte 0,1 m) wordt in een zeer grote ruimte met zuiver CO_2-gas gezet. De temperatuur is 20 °C en de druk 10^5 N/m^2. Het water bevat aanvankelijk geen CO_2.

a. Bereken de indringdiepte en het Fouriergetal na 1 uur.

b. Bepaal met behulp van een massabalans de gemiddelde CO_2-concentratie in het water na 1 uur.

c. Bereken de tijd die nodig is om 95% verzadiging te bereiken.

Voor CO_2 in water wordt gegeven:
de diffusiecoëfficiënt $\mathbb{D} = 1{,}69 \cdot 10^{-9}$ m^2/s en de oplosbaarheid $c^* = 1{,}73$ kg/m^3 bij de heersende condities.
De druk en temperatuur veranderen niet.

4.5. Een cilindrisch draad (diameter $2 \cdot 10^{-4}$ m) is bij een bepaalde behandeling geheel doordrenkt met een oplossing van zout in water. Om het zout uit de draad te verwijderen wordt deze met een snelheid van 0,5 m/s door een spoelbak gevuld met zuiver, stromend water getrokken.
Hoe lang moet deze bak zijn opdat de gemiddelde zoutconcentratie in de draad een factor duizend verlaagd wordt? De diffusiecoëfficiënt van het zout in de draad bedraagt 10^{-9} m^2/s. De stofoverdrachtsweerstand tussen het draadoppervlak en het water in de spoelbak mag verwaarloosd worden.

4.6. Een massieve staaf van een poreus keramisch materiaal (diameter D = 20 mm) is doordrenkt met een waterige zoutoplossing. Om dit zout te verwijderen spoelt men de staaf in schoon water. De stofoverdrachtsweerstand tussen het oppervlak van de staaf en het spoelwater mag verwaarloosd worden. Na welke tijd is nog maar een 0,5 % van de oorspronkelijke zouthoeveelheid in de staaf aanwezig? In het keramisch materiaal bedraagt de diffusiecoëfficiënt van zout in water $5 \cdot 10^{-10}$ m^2/s.

4.7. *a*. Op de bodem van een bakje ligt 200 g zout uitgespreid. Hierop wordt zeer voorzichtig water geschonken tot een hoogte van 2 cm, waarvoor 1 liter water nodig is. Na hoeveel tijd is al het zout in oplossing gegaan? De oplosbaarheid van zout in water is 300 kg/m^3; de diffusiecoëfficiënt van zout in water is 10^{-9} m^2/s. In het water treedt geen vrije convectie op.

b. Op de bodem van een cilindrisch vat bevindt zich een vaste laag van 100 kg zout, 1 dm hoog. Het vat is tot 1,1 m hoogte met water gevuld en het oppervlak van de bodem is 0,5 m^2. Indien het vat perfect geroerd wordt en de stofoverdrachtscoëfficiënt 10^{-3} m/s is, hoe lang duurt het dan tot al het zout in oplossing is gegaan?

c. Aan hetzelfde vat (zie b) wordt vanaf de tijd $t = 0$ een continue stroom schoon water toegevoerd ($1 \cdot 10^{-4}$ m^3/s). Vanaf hetzelfde moment verlaat ook een even grote stroom water (met opgelost zout) het vat. Als op dit moment ook met roeren wordt begonnen, hoe lang duurt het dan tot al het zout in oplossing is gegaan? Schets het verloop van de concentratie aan de afvoer met de tijd.

N.B.: Neem steeds aan dat het volume van het water niet afhangt van de zoutconcentratie.

4.8. Een bolvormig zoutkristal lost in 153 seconden op in een grote hoeveelheid zuiver water. Het Sherwood-getal dat het transport van het zout in het water beschrijft, is constant.

a. Stel de differentiaalvergelijking op, die de diameter D van het zoutkristal geeft als functie van de tijd.

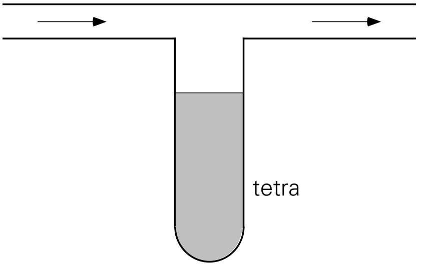
b. Bereken het Sherwood-getal.

Gegevens:

diameter van het kristal op het tijdstip $t = 0$	D_0	= 1 mm
dichtheid van het zout	ρ	= $2{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3
diffusiecoëfficiënt van het zout in water	$\mathbb{D}$	= 10^{-9} m^2/s
oplosbaarheid van het zout in water	c^*	= 360 kg/m^3

4.9. Om de diffusiecoëfficiënt van tetra te bepalen, voert men het volgende experiment uit (zie figuur 4.1).

Vloeibaar tetra, dat zich in het verticale buisje bevindt, wordt verdampt door middel van een gasstroom (ideaal gas) door het horizontale buisje. Het transport van tetradamp van de vloeibare tetra naar de gasstroom vindt alleen plaats door diffusie. De ingaande gasstroom bevat geen tetradamp en is zo groot, dat ook de uitgaande gasstroom een verwaarloosbare hoeveelheid tetradamp bevat. De snelheid waarmee het vloeistofniveau zakt is zo klein, dat deze geen invloed heeft op het concentratieverloop van de tetradamp in het vertikale buisje.



Figuur 4.1. Figuur bij vraagstuk 4.9.

Op zeker moment bevindt het vloeistofniveau zich op een afstand L = 0,1 m onder het horizontale buisje. Het vloeistofniveau zakt op dat moment met een snelheid van $1{,}75 \cdot 10^{-7}$ m/s.
Bereken hieruit de diffusiecoëfficiënt van tetra.

Gegevens:
De temperatuur is overal 48 °C en de druk 1 bar;
de dichtheid van tetra (vloeistof) 1540 kg/m^3;
de dampspanning van tetra bij 48 °C is 0,371 bar;
mol.gewicht van tetra is 154 kg/kmol;
tetradamp kan worden beschouwd als een ideaal gas;
het volume van 1 kmol van een ideaal gas bij 0 °C en 1 bar is 22,4 m^3.

4.10. Een fles, gevuld met diaethylaether ($CH_3CH_2OCH_2CH_3$) is door een lange verticale buis (L = 50 cm, D = 2 cm) verbonden met de omgevingslucht (p = 1 bar; T = 15 °C). De diffusie in de buis is bepalend voor de verdampingssnelheid van de aether. Er verdampt per seconde $16{,}5 \cdot 10^{-9}$ kg aether.
De dampspanning van diaethylaether bij 15 °C bedraagt $4{,}85 \cdot 10^4$ N/m^2.
De concentratie van de aether in de omgevingslucht is nul.
De aetherdamp en de lucht kunnen worden opgevat als een ideaal gas.

a. Hoeveel aether zou er per seconde verdampen als de buis 2 maal zo lang en 2 maal zo wijd was? Hint: is er hier sprake van éénzijdige of wederzijdse diffusie?
b. Hoe groot is de diffusiecoëfficiënt van aether in lucht?
c. Maak een ruwe schatting van de tijd die men na het vullen van de fles moet wachten, voordat met deze opstelling de diffusiecoëfficiënt gemeten kan worden.

4.11. Op een stuk folie is zojuist een beschermende verflaag aangebracht. Voordat het folie verder verwerkt kan worden moet eerst het grootste deel van het (vluchtige) oplosmiddel uit de verf verwijderd worden. De eerste stap in dit droogproces geschiedt door het folie in een warme, met lucht gevulde ruimte te leggen. Op afstand L boven dit folie bevindt zich een even grote plaat, gemaakt van een materiaal dat de vluchtige stof absorbeert. Deze plaat is evenwijdig aan het folie. Tijdens de gehele procestijd van de eerste stap heerst juist boven het folieoppervlak een concentratie c^* van de vluchtige stof, terwijl aan het absorberende oppervlak de concentratie hiervan verwaarloosbaar klein is. Beschouw een stationaire situatie. De situatie mag als een-dimensionaal opgevat worden.

a. Hoe groot is de molflux van de lucht in de ruimte?

b. Stel een molbalans op voor het vluchtige oplosmiddel in een plakje, dat zich op een willekeurig gekozen plaats tussen het folie en de absorberende plaat bevindt. Het plakje is evenwijdig aan het folie.

c. Bepaal hieruit het concentratieprofiel van de vluchtige stof tussen folie en plaat en geef een uitdrukking voor de molflux van de vluchtige stof waarin c^* en L voorkomen.

4.12. Een plaat zuiver ijzer (Fe) bevindt zich in een ruimte die gevuld is met zuivere zuurstof. Als gevolg hiervan treedt oxidatie op. De omstandigheden zijn zodanig, dat de ontstane ijzeroxide (Fe_2O_3) gasvormig is. De reactievergelijking luidt als volgt:

$$2Fe + \frac{3}{2}O_2 \rightarrow Fe_2O_3$$

Door de reactie ontstaat er een laag in de buurt van de ijzeren plaat, waar minder O_2 aaanwezig is maar juist meer Fe_2O_3. Deze laag heeft een dikte δ; buiten de laag is de concentratie Fe_2O_3 verwaarloosbaar. De zuurstof die de ijzeren plaat bereikt reageert direct weg, zodat de O_2-concentratie daar nul is. De totale gasconcentratie (in mol/m^3) is door de gehele ruimte constant. De situatie is stationair.

a. Geef de algemene uitdrukking voor de molflux van zowel O_2 als van Fe_2O_3 in de grenslaag.

b. Hoe luidt in dit geval het eenvoudige verband tussen de flux van O_2 en die van Fe_2O_3?

c. Hoe luidt op grond van a. en b. het verband tussen de O_2-flux en de gradiënt in de O_2-concentratie?

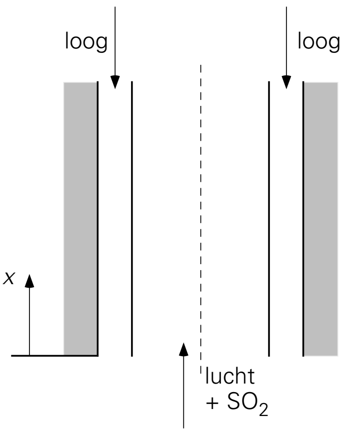
d. Bepaal met behulp van een molbalans voor O_2 het O_2-profiel in de laag met dikte δ. Vermeld expliciet de gebruikte randvoorwaarde(n).

4.13. Een SO_3-lucht mengsel, dat 7 mol% SO_3 bevat, wordt onder in een absorptiekolom gevoerd, die gevuld is met vulmateriaal bestaande uit bijvoorbeeld Raschigringen.

De gassnelheid betrokken op de lege kolom is v_0 = 2 m/s. Over de Raschigringen loopt geconcentreerd H_2SO_4 naar beneden. De druk van SO_3 in evenwicht met sterk H_2SO_4 is praktisch nul. Het grensvlak tussen het gas en de vloeistof is a = 100 m^2 per m^3 vulling.

De partiële stofoverdrachtscoëfficiënt voor de gasfase bedraagt k_g = 0,02 m/s. Wat is de lengte L van de kolom, als 98% van de ingevoerde SO_3 wordt geabsorbeerd? Warmte-effecten worden verwaarloosd.

4.14. Lucht die een geringe concentratie c_0 aan SO_2 bevat, moet van deze SO_2 worden ontdaan. Daartoe wordt deze SO_2-houdende lucht door een natte-wandkolom geleid, waarin loogwater rondom langs de rand omlaag stroomt. De lucht stijgt door het midden van de kolom omhoog (zie figuur 4.2). Het luchtdebiet is ϕ_V, de kolom heeft straal R. De SO_2 reageert in de loogfase onmiddellijk weg tot sulfiet (reactiesnelheid oneindig groot), zodat aan het grensvlak loog-lucht de SO_2-concentratie nul is.



Figuur 4.2. Figuur bij vraagstuk 4.14.

a. Leid op basis van een balans de relatie af die beschrijft hoe de SO_2-concentratie afneemt met x (zie figuur 4.2).

b. Hoe hangt M, d.i. de totale hoeveelheid per tijdseenheid overgedragen SO_2, af van de hoogte L van de kolom?

c. Voer een dimensieanalyse uit om te bepalen hoe M van de diverse variabelen afhangt. Hoeveel dimensieloze getallen vind je en waarom? Waarin verschilt het resultaat van het antwoord op b en waarom?

4.15. Een waterstroom van 100 l/h moet worden ontdaan van Ca^{++}-ionen (ont-harden). De aanvangsconcentratie is 500 mg/l, de verlangde eindconcentratie 10 mg/l. Dit proces wordt uitgevoerd in een kolom gevuld met ionenwisselaar. De ionenwisselaar bestaat uit ongeveer bolvormige korrels. Het oppervlak waardoor overdracht plaats heeft, bedraagt per m^3 van de kolom $1{,}5 \cdot 10^3$ m^2.

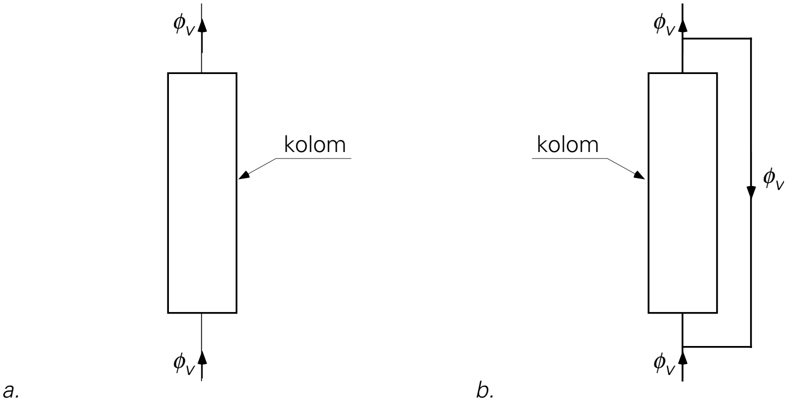
De Ca^{++}-ionenconcentratie die met de wisselaar in evenwicht is, is verwaarloosbaar klein. De snelheidsbepalende stap bij de ionenwisselaar is de uitwendige stofover-dracht (water naar uitwendige korreloppervlak). Over het gehele concentratiegebied geldt:

$$\frac{k \cdot d_0}{\mathbb{D}} = 1{,}4\left(\frac{\mathrm{v}_0 \cdot d_0}{\nu}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{\nu}{\mathbb{D}}\right)^{1/3}, \quad \text{mits Re} > 10 \quad \left(\text{Re} = \frac{\mathrm{v}_0 d_0}{\nu}\right)$$

waarin
k = de stofoverdrachtscoëfficiënt
$\mathbb{D}$ = de diffusiecoëfficiënt van Ca^{++}-ionen in water (= $1 \cdot 10^{-9}$ m^2/s)
ν = de kinematische viscositeit van water (= $1 \cdot 10^{-6}$ m^2/s)
d_0 = de korreldiameter (= 2 mm)
v_0 = de snelheid van de waterstroom, betrokken op de lege kolom.

Ontwerp de kolom.
De gevraagde karakteristieke grootheden zijn:
lengte L van de kolom (op 1 cm nauwkeurig), diameter D van de kolom (op 2 mm nauwkeurig). Het ontwerp is 'goed' als de uitlaatconcentratie ligt tussen 8 en 10 mg/l.

4.16. Een droge luchtstroom moet voor 99% worden verzadigd met waterdamp. Men wil dit bereiken door de luchtstroom door een natte-wandkolom te sturen (dit is een pijp waarin een vloeistoffilm langs de binnenwand naar beneden stroomt). Zie figuur 4.3a.



Figuur 4.3. Figuur bij vraagstuk 4.16.

a. Bereken de benodigde lengte van de kolom. De temperatuur is constant. De dikte van de vloeistoffilm is zeer gering vergeleken met de kolomdiameter. De volumestroom ϕ_v van het lucht-waterdampmengsel in de kolom mag constant worden gesteld.

Gegevens:

$\phi_{v_{lucht}} = 6{,}9 \cdot 10^{-3}$ m^3/s	$\rho_{lucht} = 1$ kg/m^3
$D_{inw_{kolom}} = 5 \cdot 10^{-2}$ m	$\mu_{lucht} = 17 \cdot 10^{-6}$ Ns/m^2

$\mathbb{D}_{H_2O \text{ in lucht}} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\ m^2/s$

Voor de stofoverdrachtscoëfficiënt in natte-wandkolommen geldt:

$$Sh = 0{,}023\ Re^{0{,}83} Sc^{0{,}44}, \text{ mits } \begin{Bmatrix} 2 \cdot 10^3 < Re < 3{,}5 \cdot 10^4 \\ 0{,}60 < Sc < 2{,}5 \end{Bmatrix}$$

b. Een fysicus beweert dat de kolomlengte ongetwijfeld veel korter wordt als een recirculatie van de gasstroom over de kolom wordt toegepast. Toon kwantitatief aan of zijn bewering juist is voor een recirculatie-verhouding 1 : 1 (dat wil zeggen: er wordt evenveel gas gerecirculeerd als de apparatuur verlaat; zie figuur 4.3b).

4.17. In een cilindrisch vat (diameter $2R = 2$ m) is in de loop van een kristallisatieproces op de zijwand een korst $KMnO_4$-kristallen ontstaan met een dikte $D_0 = 5$ mm. Men verwijdert de kristallen door het vat te vullen met water van 20 °C en hierin zo goed te roeren, dat ideale menging optreedt. Het is bekend, dat onder deze condities de warmteoverdrachtscoëfficiënt tussen vloeistof en wand 11000 W/m² °C bedraagt.

a. Bereken de stofoverdrachtscoëfficiënt k tussen wand en vloeistof. Gebruik hiertoe de Chilton-Colburn analogie.

b. Bereken in formulevorm de concentratie (c) van het $KMnO_4$ in het water als functie van de tijd voor het tijdsbestek $0 < t < T$.
Hierin is T het tijdstip waarop de korst juist geheel is opgelost.

c. Bereken in formulevorm de dikte (D) van de korst als functie van de tijd voor het tijdsbestek $0 < t < T$.

d. Bereken T.

Gegevens:
Het oplosproces verloopt isotherm; het volume van de vloeistof in het vat mag constant gesteld worden. De temperatuur is 20 °C

oplosbaarheid $KMnO_4$	: c^*	$= 63{,}2\ kg/m^3$
dichtheid water	: ρ_w	$= 10^3\ kg/m^3$
soortlijke warmte water	: c_p	$= 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg °C
warmtegeleidingscoëfficiënt water	: λ	$= 0{,}6$ W/m °C
dichtheid korst	: ρ_k	$= 2700\ kg/m^3$
diffusiecoëfficiënt KMnO in water	: $\mathbb{D}$	$= 10^{-9}\ m^2/s$

(Alle stofconstanten zijn bij 20 °C.)

4.18. Aan de binnenkant van een buis, die gebruikt wordt voor het transport van pekel, is in de loop van de tijd een laag zout met een dikte van 2 mm vastgekoekt. De dichtheid van het zout bedraagt 2500 kg/m³. Besloten wordt deze laag te verwijderen door de buis door te spoelen met gedestilleerd water onder dezelfde stromingscondities als welke heersen bij het pekeltransport. De oplosbaarheid van het zout in het gedestilleerd water is 300 kg/m^3. Als je mag aannemen dat zoveel gedestilleerd water wordt gebruikt bij het doorspoelen dat de zoutconcentratie in dit water verwaarloosbaar klein blijft, hoe lang duurt het dan voordat alle zout is opgelost? Verwaarloos de kromming van de buiswand. Gebruik het gegeven dat (bij het pekeltransport) een warmteoverdrachtscoëfficiënt h aan de wand gemeten is van 10 kW/m^{2}K, en gebruik dat het Lewis-getal onder deze omstandigheden gelijk is aan 100.

4.19. De bodem van een vat (diameter 3 m) is bedekt met een dikke koek. Deze koek wordt opgelost door het vat eerst te vullen met een zuiver vloeibaar oplosmiddel en vervolgens door het vat een stroom (ϕ_v = 0,5·10^{-3} m^3/s) van dat oplosmiddel te laten stromen. Bij het binnentreden van het vat is het oplosmiddel geheel zuiver. We bezien het proces wanneer het stationair en isotherm geworden is en de koek nog niet geheel opgelost is. De vloeistof in het vat wordt dan perfect gemengd en de ingaande en de uitgaande volumestroom vloeistof kunnen gelijk gesteld worden. Er zijn warmteoverdrachtsmetingen aan het vat gedaan waaruit bleek dat:

1. voor de warmteoverdrachtscoëfficiënt aan de bodem geldt (bij een gegeven toerental): h = 3000 W/m^2 °C;
2. de warmteoverdrachtscoëfficiënt als volgt afhangt van het toerental van de roerder (N): $h \div N^{2/3}$;
3. het vermogen P de volgende functie is van het toertal: $P \div N^3$.

Verder zijn de volgende gegevens bekend (bij de heersende temperatuur):

diffusiecoëfficiënt van de koek in oplossing	: $\mathbb{D}$ = 10^{-9} m^2/s
dichtheid oplosmiddel	: ρ = 1200 kg/m^3
soortelijke warmte oplosmiddel	: c_p = 3000 J/kg °C
warmtegeleidingscoëfficiënt oplosmiddel	: λ = 0,5 W/m °C
oplosbaarheid koek in oplosmiddel	: c^* = 50 kg/m^3

a. Hoe groot is de stofoverdrachtscoëfficiënt k aan de bodem van het vat bij het toerental waarvoor h = 3000 W/m^2 °C?

b. Hoe groot is de concentratie koek in de uitstromende oplossing?

c. Hoeveel koek wordt er dan per tijdseenheid weggevoerd?

d. Hoeveel koek wordt er per tijdseenheid weggevoerd wanneer het oplosmiddel-debiet wordt verdubbeld?

e. Hoeveel koek wordt er per tijdseenheid weggevoerd wanneer het vermogen van de roerder wordt verdubbeld (en het oorspronkelijke debiet wordt gehandhaafd)?

4.20. Een laminaire straal van zuiver water stroomt over een korte afstand ℓ_0 door een ruimte waarin zich zuiver SO_2 bevindt. Het gas heeft een temperatuur van 20 °C en een druk van 1 bar. Daar, onder de heersende omstandigheden van 20 °C en 1 bar, de oplosbaarheid van SO_2 in water 1,54 kmol/m^3 bedraagt, vindt er absorptie plaats. Daarmee gaat een warmte-effect gepaard, want per mol geabsorbeerd SO_2 komt er 28 kJ vrij. Verder is gegeven dat het Lewis-getal 90 bedraagt. Het water treedt de SO_2-kamer binnen op een temperatuur van 20 °C.

a. Geef een uitdrukking voor de absorptiesnelheid van SO_2.

b. Bereken de oppervlaktetemperatuur van de waterstraal, als de warmteafvoer van de waterstraal naar het gas verwaarloosd mag worden.

c. Hoeveel groter wordt de absorptiesnelheid als de straal twee maal zo snel stroomt?

4.21. In een fermentor hebben de micro-organismen in de waterige vloeistoffase zuurstof nodig voor hun groei. De zuurstoftoevoer naar de vloeistoffase wordt in dit geval gerealiseerd door het doorleiden van bellen zuivere zuurstof. Omdat de grootte van deze bellen als functie van de plaats in de fermentor en als functie van de operatiecondities niet precies bekend is, wordt de zuurstofoverdracht van de bellen naar de vloeistoffase beschreven met behulp van het produkt $k_l a$, waarin k_l de stofoverdrachtscoëfficiënt is in de vloeistoffilm rond de bellen en a het uitwisselend beloppervlak per m^3 van de vloeistofinhoud van de fermentor. Voor dit produkt $k_l a$ wordt dan een gemiddelde waarde over de hele fermentor gebruikt. De snelheid r waarmee de micro-organismen zuurstof uit de vloeistoffase verbruiken (uitgedrukt in mol/m^{3}s) mag in deze opgave constant worden verondersteld (d.w.z. onafhankelijk van de zuurstofconcentratie in de vloeistof).

a. Hoe luidt de dimensie van k_l?

b. Stel, voor instationaire condities, een balans op voor de concentratie zuurstof in de vloeistoffase. Noem hierbij de verzadigingsconcentratie c^* (in mol/m^3). Licht de betekenis van de verschillende termen in je balans toe.

c. Leid voor de stationaire situatie een uitdrukking af voor de zuurstofconcentratie. Noem deze c_e.

d. Op een gegeven moment wordt de zuurstoftoevoer stopgezet. Hoe verandert vanaf dit moment de zuurstofconcentratie in de vloeistoffase in de tijd? Geef dit weer in een grafiekje.

e. Vervolgens wordt, op het moment dat de zuurstofconcentratie in de vloeistof c_0 is, de zuurstoftoevoer hervat. Leid af hoe de zuurstofconcentratie in de vloeistof in de tijd verandert van c_0 tot de stationaire eindwaarde c_e. Geef ook dit grafisch weer.

f. Veronderstel nu dat de zuurstoftoevoer zolang onderbroken is, dat $c_0 = 0$ geworden en daardoor alle micro-organismen afgestorven zijn. Vervolgens wordt bij hervatting van de zuurstoftoevoer gevonden dat in 10 seconden de vloeistof voor 90% verzadigd is met zuurstof. Hoe groot is $k_l a$?

4.22. In een fermentor worden bolvormige schimmelvlokken (zogenaamde pellets) gekweekt. Deze schimmelvlokken verbruiken voor hun groei zuurstof volgens een nulde-orde reactie. Deze groei vindt uniform verdeeld overal in de vlokken plaats. De zuurstof moet daartoe de vlokken in diffunderen. Wordt de kern van de schimmelvlokken zuurstofloos, dan komen daar door anaerobe reacties toxische stoffen vrij. Voordat het zover is wordt de fermentatie gestopt.
De beluchting voor de zuurstofvoorziening geschiedt door luchtbellen met een diameter van 1 mm op te laten stijgen door de waterige vloeistoffase. Deze bellen zijn klein genoeg om ze als starre bollen te mogen beschouwen. De stofoverdrachtsweerstand voor het zuurstoftransport ligt geheel in de vloeistoffilm rond de bellen.

Verdere gegevens:	vloeistofdichtheid	$\rho_l = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$
	vloeistofviscositeit	$\mu_l = 2{,}7 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Ns/m^2}$
	luchtdichtheid	$\rho_a = 1{,}0\ \mathrm{kg/m^3}$
diffusiecoëfficiënt van zuurstof, zowel in vloeistof als in vlokken		$\mathbb{D} = 5 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m^2/s}$
reactieconstante van zuurstofverbruik		$k_r = 3{,}6 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{mol/m^3s}$
zuurstofconcentratie c_0 aan het oppervlak in een pellet		$c_0 = 0.3\ \mathrm{mol/m^3}$

a. Leid een uitdrukking af voor het zuurstofconcentratieprofiel in een vlok onder stationaire condities. Stel hiertoe eerst een balans op (waarvoor, waarover?). Vermeld de randvoorwaarde(n) die je gebruikt.
b. Bereken de maximale diameter die de pellets mogen bereiken.
c. Bereken verder de zuurstofoverdrachtscoëfficiënt van de opstijgende bellen naar de vloeistof.

4.23. Langs een verticale wand ontstaat een laminaire vrije convectiestroom door stofoverdracht van de wand naar het gas dat zich naast de wand bevindt. De over de hoogte van de wand gemiddelde stofoverdrachtscoëfficiënt $\langle k \rangle$ voldoet aan:

$$\frac{\langle k \rangle L}{\mathbb{D}} = 0{,}55\ (\mathrm{Gr\ Sc})^{1/4}$$

Hierin is L de hoogte van de wand en $\mathbb{D}$ de diffusiecoëfficiënt in het gas.
a. Hoe verandert $\langle k \rangle$ als de wand tweemaal zo hoog wordt?
b. Hoe verandert $\langle k \rangle$ als de diffusiecoëfficiënt tweemaal zo groot wordt?

4.24. Een luchtverfrisser in de vorm van een lange cilinder (lengte L = 20 cm, diameter D = 1 cm) wordt op tijdstip t = 0 aan een draadje in een kamer opgehangen (cilinderas is verticaal). De dichtheid ρ_X van het materiaal X, waaruit de luchtverfrisser bestaat, bedraagt $2 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$; de molaire massa is m = 180 g/mol.
De temperatuur van de lucht is 20 °C. Bij deze condities is de dampspanning van stof X: p_v = 90 Pa. De diffusiecoëfficiënt van X in lucht is: $\mathbb{D} = 5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$. In de

kamer tocht het zachtjes. Hierdoor geldt voor bovengeschetste situatie: Sh = 1,7, betrokken op de diameter van de verfrisser.

a. Hoe groot is op tijdstip $t = 0$ de massastroom van de verfrisser naar de lucht.

b. Stel een massabalans op voor de verfrisser. Bepaal hieruit hoe de diameter van de verfrisser afneemt in de tijd.

c. Hoe groot is de afname van de diameter van de verfrisser na precies één dag?

N.B. Bij de vragen b en c mag aangenomen worden dat het Sherwoodgetal constant blijft.

4.25. Een natte, goedgeleidende vlakke plaat wordt vertikaal in droge stilstaande lucht geplaatst om te drogen. Stof- en warmteoverdracht vinden plaats onder invloed van een *laminaire* vrije convectiestroming. Na korte tijd is de toestand stationair geworden en heeft het voorwerp de temperatuur T_w aangenomen, die wordt gegeven door de betrekking:

$$\frac{p_w - p_g}{T_g - T_w} = \frac{RT}{\Delta H_v} \rho c_p \mathrm{Le}^n$$

Hierin is:

p_w = partiële waterdampdruk in de lucht aan het voorwerp

p_g = partiële waterdampdruk in de lucht

T_g = temperatuur van de lucht

T = gemiddelde temperatuur: $(T_g + T_w)/2$

$\left.\begin{array}{l}\rho = \text{dichtheid van lucht}\\ c_p = \text{soortelijke warmte van lucht}\\ \text{Le} = \text{Lewis-getal van de lucht}\end{array}\right\}$ bij temperatuur T

ΔH_v = verdampingswarmte van het water bij temperatuur T_w

Verdere gegevens:

p_g en T_g veranderen tijdens het droogproces zeer weinig;

p_w is klein ten opzichte van de totale druk;

De plaat is steeds volledig nat, dat wil zeggen er ontstaan geen droge plekken.

a. Verklaar het optreden van vrije convectie. Welke formule geldt voor de warmteoverdrachtscoëfficiënt en welke voor de stofoverdrachtscoëfficiënt?

b. Hoe groot is n?

4.26. Om een kleine hoeveelheid water met zuurstof te verzadigen, wordt het in contact gebracht met een grote hoeveelheid lucht. Als het water verzadigd is, blijkt de zuurstofconcentratie in het water 8 mg/liter te zijn.

De condities van de lucht zijn:

druk: 1 bar, temperatuur: 20 °C

dichtheid: 1,2 kg/m^3; 20 gewichts-% zuurstof

De watertemperatuur is 20 °C.

a. Bereken de verdelingscoëfficiënt (m) van de zuurstof.

Het water, dat nu dus 8 mg/l zuurstof bevat, wordt vervolgens in contact gebracht met een grote hoeveelheid lucht met een druk van 0,5 bar. Deze lucht heeft een temperatuur van 20 °C en bevat 20 gewichts-% zuurstof. De watertemperatuur blijft 20 °C.

b. 1. Beredeneer in welke richting zuurtofoverdracht zal gaan plaatsvinden.
2. Schets het concentratieverloop van de zuurstof aan beide zijden van het grensvlak.
3. Wat is gedurende dit stofoverdrachtsproces de verhouding van de zuurstofconcentraties (in het water en in de lucht) aan het grensvlak?
4. Wat is de zuurstofconcentratie in het water na zeer lange tijd?

4.27. In een geheel gesloten gasburet worden bij atmosferische druk (1 bar) en bij kamertemperatuur twee gelijke volumina van een zuiver gas en een zuivere vloeistof met elkaar in kontakt gebracht. Na een geruime tijd flink schudden blijkt de druk $\frac{2}{3}$ bar geworden te zijn, terwijl de temperatuur niet is veranderd.

a. Bereken de verdelingscoëfficiënt van het gas in de vloeistof. De verdelingscoëfficiënt is gedefinieerd als de verhouding tussen de evenwichtsconcentraties in de gasfase en in de vloeistoffase.
Verwaarloos de dampspanning van de vloeistof.

b. Hoe groot wordt deze coëfficiënt indien de dampspanning van de vloeistof 0,026 bar is?

4.28. Een vat met een doorsnede van A (m^2) en een hoogte H (m) is voor de helft gevuld met water. Boven het water bevindt zich zuiver CO_2, dat door het water geabsorbeerd wordt.

De druk van de CO_2 boven het wateroppervlak wordt door toevoer van buitenaf constant gehouden. Het water wordt voorzichtig en zodanig geroerd dat geen golving van het vloeistofgrensvlak optreedt, maar wel een toestand van ideale menging ontstaat.

Het water wordt continu ververst met een stroom ϕ_v (m^3/s). Dit water bevat geen CO_2.

Leid een uitdrukking af, waaruit de stofoverdrachtscoëfficiënt in de vloeistoffase (k) berekend kan worden.

De CO_2-concentratie in de gasfase is c_g (kmol/m^3), die in de waterfase c_w (kmol/m^3). De verdelingscoëfficiënt is m, welke gedefinieerd is als:

$$m = \left(\frac{\text{concentratie } CO_2 \text{ in gasfase}}{\text{concentratie } CO_2 \text{ in waterfase}}\right)_{\text{evenwicht}}$$

4.29. Men brengt op een laagje water (diepte 1 cm) een laagje benzeen van 1 cm. In het benzeen is azijnzuur opgelost; de concentratie is 10^{-2} mol/l. De verdelingscoëfficiënt m (dit is de verhouding tussen de concentraties van azijnzuur in benzeen en in water bij evenwicht) is 10. De diffusiecoëfficiënten van azijnzuur in water en in benzeen zijn respectievelijk $1{,}5 \cdot 10^{-9}$ m^2/s en $0{,}5 \cdot 10^{-9}$ m^2/s.

a. Maak een zo duidelijk mogelijke tekening van de concentratieverdeling zoals die 10 minuten na het in contact komen van de twee fasen er uit zal zien. Bereken hiervoor de grensvlakconcentraties, de penetratiedieptes en de concentratiegradiënten aan beide zijden van het grensvlak. Neem aan dat er geen stroming door vrije convectie ontstaat langs het grensvlak.

b. Hoe groot wordt de concentratie van azijnzuur in de waterfase op het moment dat er evenwicht is ontstaan?

4.30. Een laag water en een laag tolueen worden op elkaar gebracht op tijdstip $t = 0$. Beide lagen bevatten 10 kg/m^3 van een jodiumverbinding. De evenwichtsconcentraties van deze jodiumverbinding in tolueen en in water verhouden zich als 10 : 1; de verhouding van de diffusiecoëfficiënten van de jodiumverbinding in water en tolueen is 4. In welke richting vindt er transport van de jodiumverbinding plaats? Bereken voor relatief korte tijden, de concentratie aan het grensvlak voor beide fasen, aannemend dat het transport uitsluitend door diffusie plaatsvindt. Geef een schetsje van het concentratieverloop in beide fasen.
In welke fase zit de grootste weerstand tegen stofoverdracht?

4.31. Van een zuiver gas worden kleine bolvormige belletjes (oorspronkelijke diameter D_0) in een vloeistof gebracht, waarin ze zeer langzaam opstijgen. Tijdens het opstijgen verdwijnen de bellen door absorptie in een tijd t. De stofoverdrachtscoëfficiënt in de vloeistoffase voldoet aan: Sh = 2. Het blijkt dat de oplostijd en de oorspronkelijke beldiameter voldoen aan $D_0^2 = \text{constante} \times t$, waarin de constante de waarde $25 \cdot 10^{-9}$ m^2/s heeft. Geef een theoretische verklaring voor deze gevonden relatie en bereken uit de constante de diffusiecoëfficiënt van het gas in de vloeistof. De oplosbaarheid van het gas wordt gegeven met een verdelingscoëfficiënt 0,5 (concentratie in het gas gedeeld door concentratie in de vloeistof). Veronderstel dat de druk en dus de concentratie in de belletjes constant blijft en dat de bulkconcentratie in de vloeistof nul blijft.

4.32. In een reactor wordt H_2S geproduceerd in olie. Om de daardoor in de olie opgeloste H_2S uit die olie te verwijderen, wordt continu waterstofgas (debiet: ϕ_v (m^3/s)) door de olie geleid. De H_2S wordt overgedragen naar de gasfase en met het uitstromende gas afgevoerd. Het debiet van het uitstromende gas mag eveneens ϕ_v gesteld worden. Het ingevoerde waterstofgas bevat geen H_2S. In de reactor wordt intens geroerd zodat gasfase en vloeistoffase beide als ideaal gemengd mogen worden beschouwd. Het volume van de gasfase is V_{gas}, het volume van de vloeistoffase is V_{v1}.
Concentraties van H_2S in beide fasen worden uitgedrukt in mol/m^3.
Onder evenwichtcondities geldt $c_{v1} = mc_{\text{gas}}$.

Vanaf tijdstip t = 0 wordt in de olie geen H_2S meer geproduceerd, maar het doorleiden van waterstofgas gaat voort. De concentratie van H_2S in de olie op t = 0 is $c_{v1}(0)$.

a. Stel de massabalansen voor de vloeistoffase en de gasfase in de reactor op ($t \geq 0$). Je mag werken met een totale stofoverdrachtscoëfficiënt K (betrokken op de vloeistoffase). Het oppervlak van het grensvlak gas-vloeistof is A m^2.

b. Neem vervolgens aan dat in de reactor evenwicht bereikt wordt tussen de H_2S-concentraties in gas en vloeistof. Leid af hoe c_{v1} afneemt in de tijd.

4.33. In een desorptiekolom wordt H_2S uit een H_2S-houdende waterstroom gedesorbeerd door te 'strippen' met lucht. Dit gebeurt door de waterstroom in direct en innig contact te brengen met de lucht, òf in een tegenstroom-, òf in een meestroom-procesuitvoering. Aangenomen mag dan worden dat op elke plaats in de kolom het verdelingsevenwicht van het H_2S over de beide fasen zich instantaan instelt. Als de waterstroom de stripper ingaat, bedraagt de H_2S-concentratie 50 g/m^3; de lucht die aan de stripper wordt toegevoerd bevat geen H_2S. Het proces wordt uitgevoerd bij 25 °C; de verdelingscoëfficiënt m bij 25 °C is 0,44 (m = concentratie H_2S in lucht t.o.v. concentratie H_2S in water).

Gevraagd:

a. Voor de tegenstroom-procesuitvoering:
- Hoeveel m^3 lucht is er per m^3 water nodig om het water volledig te ontgassen?
- Wat is de concentratie H_2S die men in de waterafvoer van de stripper kan bereiken indien 1 m^3 lucht per m^3 water wordt gebruikt?

b. Voor de meestroom-procesuitvoering:
- Wat is de concentratie H_2S die men in de waterafvoer van de stripper kan bereiken indien 1 m^3 lucht per m^3 water wordt gebruikt?
- Wat is de concentratie H_2S die men in de waterafvoer van de stripper kan bereiken indien 3 m^3 lucht per m^3 water wordt gebruikt?

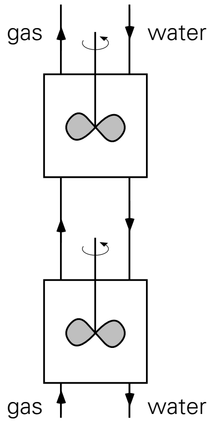
c. Adviseer met redenen omkleed welke procesuitvoering (tegenstroom of meestroom) het meest geschikt is.

4.34. Om een kleine hoeveelheid koolzuurgas uit een stroom inert gas te verwijderen, leidt men dit gas door twee met water gevulde tanks met een roerwerk. De roerders zorgen voor een goede dispersie van de gasbelletjes in de vloeistof, zodat zowel de vloeistof- als de gasfase in de tank perfect gemengd worden. Het koolzuurgas wordt geabsorbeerd in zuiver water.
De schakeling van de tanks en de richting van de gas- en vloeistofstromen zijn aangegeven in figuur 4.4. Het water- en gasdebiet bedragen beide 10^{-2} m^3/s, het produkt van fasengrensvlak en stofoverdrachtscoëfficiënt (betrokken op de vloeistoffase) is 1 m^3/s en de verdelingscoëfficiënt van koolzuur (concentratie in de vloeistof gedeeld

door concentratie in het gas) bedraagt 2.

a. Toon aan dat in de tanks praktisch evenwicht wordt bereikt tussen gas- en vloeistoffase. Doe dit door aan te tonen dat voor beide tanks de verhouding van de concentratie CO_2 in de uitgaande vloeistofstroom en die in de uitgaande gasstroom praktisch gelijk is aan m.

b. Bereken welke fractie van het koolzuurgas wordt geabsorbeerd als in de tanks volledig evenwicht wordt bereikt.



Figuur 4.4. Figuur bij vraagstuk 4.34.

4.35. In een apparaat wordt een vloeistof in tegenstroom met lucht in contact gebracht. De instromende vloeistof bevat 20 kg SO_2/m^3. Er wordt geëist dat de uitstromende vloeistof nog maar 0,2 kg SO_2/m^3 bevat. Hoeveel volume-eenheden lucht zijn er minstens nodig per volume-eenheid behandelde vloeistof? Waarom zal er in de praktijk meer nodig zijn? Het proces verloopt isotherm bij 20 °C. De oplosbaarheid van SO_2 bij deze temperatuur en bij een druk van 1 bar is 100 kg/m^3. Er mag een constante verdelingscoëfficiënt worden aangenomen. Beschouw SO_2 en lucht als ideale gassen.

4.36. Men wil een in olie opgeloste stof met water extraheren. De oplosbaarheid van deze stof in water is tweehonderd maal zo groot als in de olie (m = 200). De extractie wordt uitgevoerd door de olie als druppeltjes in water te dispergeren. Het stoftransport in en buiten de druppeltjes vindt uitsluitend plaats door diffusie.

a. Laat zien dat de stofoverdrachtsweerstand voor lange tijden praktisch geheel in de oliefase ligt. Hint: Welke Sherwoodrelaties gelden voor stoftransport binnen en buiten de druppeltjes?

b. Laat hetzelfde zien voor korte tijden. Verwaarloos effecten veroorzaakt door de kromming van het druppeloppervlak.

c. Bereken de tijd, die nodig is om de concentratie in de oliefase een factor honderd te laten dalen. Stel daarbij dat de concentratie in de waterfase verwaarloosbaar klein blijft.

d. Laat zien dat bij het gebruik van een tien keer zo groot volume water als olie de concentratie in de waterfase praktisch geen invloed heeft op de tijdsduur van het onder *c*. genoemde proces.

Gegevens:
Diffusiecoëfficiënt van de opgeloste stof in olie: $\mathbb{D}_0 = 2 \cdot 10^{-10}$ m²/s
Diffusiecoëfficiënt van de opgeloste stof in water: $\mathbb{D}_w = 6 \cdot 10^{-10}$ m²/s
Diameter van de oliedruppeltjes: $D = 2 \cdot 10^{-4}$ m

4.37. Een student moet middels een prakticumproef nagaan of een in de literatuur gevonden relatie voor het Sherwood getal voor stofoverdracht aan een bol in een stromend medium algemeen geldig is. De gevonden relatie luidt $\mathrm{Sh} = 0{,}6\ \mathrm{Re}^{0{,}5}\mathrm{Sc}^{0{,}33}$ en heeft betrekking op de over het gehele oppervlak gemiddelde stofoverdracht.
In de proef wordt een bol, bestaande uit het zuivere materiaal X met dichtheid 2000 kg/m³, aan een dun draadje in een zeer grote luchtstroom van 20 °C gehangen. De aangevoerde luchtstroom bevat de component X niet, heeft een snelheid van 5 m/s en heeft een kinematische viscositeit van $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ m²/s. Materiaal X heeft een molgewicht van 120 kg/kmol en heeft onder de heersende omstandigheden een dampdruk van 0,01 bar. De diffusiecoëfficiënt van X in lucht is $0{,}5 \cdot 10^{-5}$ m²/s.
De diameter van de bol bij het begin van de proef is 25 mm. Het is de bedoeling van de proef te bepalen wanneer de diameter is afgenomen tot 20 mm en deze tijd dan te vergelijken met de tijd berekend met bovenstaande relatie. De student wil weten of de benodigde tijd voor de proef lang genoeg is om tegelijkertijd een lezing bij te wonen. Reken voor hem uit, op basis van de bovenstaande relatie, hoe lang de proef zal duren. (De damp van X is een ideaal gas; gasconstante $R = 8{,}31$ J/molK).

4.38. In een extractieproces moet een stof A, die opgelost is in water (concentratie $c_{\mathrm{A},0}$), overgedragen worden naar olie. Hiertoe laat men waterdruppels in de olie bezinken. De weerstand voor stoftransport ligt geheel in de olie. De verdelingscoëfficiënt m is gedefinieerd als

$$m = \left[\frac{c_\mathrm{A}^{\mathrm{water}}}{c_\mathrm{A}^{\mathrm{olie}}}\right]_{\mathrm{eq}}$$

De druppels zijn bolvormig. Voor de gegeven stoffen is $\mathrm{Re} < 1$ en geldt $\mathrm{Sh} = 2$. Gedurende de extractie blijft de diameter van de druppels vrijwel constant. De extractiekolom heeft een lengte L. De eindconcentratie van A in het water is: $c_{\mathrm{A},L} = (1/e) \cdot c_{\mathrm{A},0}$. De concentratie van A in de bulk van de olie is gedurende het gehele proces verwaarloosbaar.
Een technoloog stelt voor om druppels met een diameter $\frac{1}{2}D$ te laten bezinken en zodoende in dezelfde kolom de concentratie in het uitgaande water veel kleiner te krijgen. Toon aan dat dit klopt door:

a. het verband tussen de eenparige bezinksnelheid van de druppels en de diameter van de druppels te bepalen;

b. het verband tussen de concentratie in de waterdruppels aan de uitgang van de kolom en de diameter van de druppels te bepalen.

c. Wat wordt in de nieuwe situatie $c_{A,L}/c_{A,0}$?

d. Welk groot bezwaar zit er aan deze verandering? Geef een kort antwoord.

4.39. Teneinde een luchtstroom met waterdamp te verzadigen, leidt men deze door een wasflesje dat over een hoogte van 10 cm is gevuld met zuiver water van 25 °C. De lucht wordt door een zeefplaatje verdeeld tot bellen met een diameter van 3 mm. De bellen gedragen zich als starre bollen. De volumefractie water, ε, in een wasflesje bedraagt 0,8. Bij deze volumefractie wordt de stijgsnelheid van de bellen in een zwerm (v_s) gegeven door de relatie van Richardson en Zaki:

$$v_s = v_\infty \, \varepsilon^n$$

waarbij v_∞ de stijgsnelheid van één bel in water is en $n = 2{,}39$ mits het Reynoldsgetal betrokken op de enkele bel groter dan 500 is.

$\rho = 10^3$ kg/m^3; $\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2; $\mathbb{D}_{\text{lucht in water}} = 10^{-9}$ m^2/s; $\mathbb{D}_{\text{waterdamp in lucht}} = 2{,}2 \cdot 10^{-5}$ m^2/s.

a. Bereken de stijgsnelheid van de bellenzwerm met behulp van de relatie van *Richardson en Zaki.*

b. Controleer dat de vloeistofhoogte voldoende is om een relatieve vochtigheid van 99,9% in de uitstromende lucht te verzekeren.

c. Als het water oorspronkelijk luchtvrij is, hoe lang duurt het dan om de vloeistof voor 99% aan lucht te verzadigen? Neem aan dat de vloeistof goed geroerd wordt.

4.40. Men lost calciumchloridekristallen op in een grote hoeveelheid water door goed te roeren. Hoe groot wordt, gezien de warmte die nodig is voor oplossen, het maximale temperatuurverschil tussen de kristallen en het water?
Hint: Gebruik de analogie met de natte-bol-temperatuur.

Gegevens:

Oplosbaarheid van calciumchloride	: c^*	$= 750$ kg/m^3
Moleculair gewicht van calciumchloride	: M	$= 111$ kg/kmol
Oploswarmte van calciumchloride	: ΔH	$= 7{,}5 \cdot 10^7$ J/kmol
Diffusiecoëfficiënt van calciumchloride in water	: $\mathbb{D}$	$= 10^{-9}$ m^2/s
Warmtegeleidingscoëfficiënt van water	: λ	$= 0{,}6$ W/m °C
Soortelijke warmte van water	: c_p	$= 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg °C
Dichtheid van water	: ρ	$= 1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3

4.41. Een suikerkristal lost langzaam op in thee van 50 °C, waarin nog geen suiker is opgelost.

Aangenomen mag worden dat:

- het kristal bolvormig is;
- het kristal vrij zweeft;
- de vloeistof rondom het kristal stilstaat;
- de stationaire toestand zich heeft ingesteld.

Gegeven is:

de diameter van het kristal	$d = 1$ mm
het molgewicht van suiker	$M = 342$ g/mol
de dichtheid van water	$\rho = 1000$ kg/m^3
de warmtegeleidingscoëfficiënt van water	$\lambda = 0{,}5$ W/m°C
de diffusiecoëfficiënt van suiker in water	$\mathbb{D} = 0{,}5 \cdot 10^{-9}$ m^2/s
de oploswarmte van suiker	$\Delta H_s = 6{,}3 \cdot 10^3$ J/mol.

De oplosbaarheid c^* van suiker wordt gegeven door:

$$c^* = 250 + 2{,}5\,(T - 50) \text{ gram per 100 gram water } (T \text{ in °C}).$$

Gevraagd: De oplossnelheid.

Hint: Begin met je af te vragen waarvan de oplossnelheid afhangt.

4.42. In een dagblad verscheen op een winterdag het volgende bericht:

> ‘Na een nacht, waarin het licht gevroren had, was het gisteren droog en zonnig weer. Hoewel de temperatuur opliep tot ongeveer drie graden boven het vriespunt, bleef het ijs op sloten en vaarten geheel droog’.

Welke goede verklaring gaf de weerkundige medewerker van dit dagblad in het vervolg van dit artikel voor dit verschijnsel?

(Gevraagd een kwalitatief antwoord van één korte alinea).

5 Stromingsleer

5.1. Geef de dimensie van de volgende fysische grootheden:
- energie per volume-eenheid,
- impulsstroom.
- impulsstroomdichtheid,
- schuifspanning,
- frictiefactor,
- weerstandscoëfficiënt.

5.2. *a*. Een vloeistof (ρ = 1000 kg/m^3, μ = 0,1 Ns/m^2, c_p = 2 kJ/kgK) stroomt stationair door een horizontale gladde buis met een inwendige diameter van 1 cm en een lengte van 10 m.

1. Als alle wrijvingsenergie wordt teruggevonden in opwarming van de vloeistof, bereken dan de temperatuurstijging bij een debiet van 0,3 liter per seconde.
2. Hoe groot is de schuifspanning op de wand van de buis?

b. Dezelfde vragen als onder a, als de buis nu onder een hoek van 30° met de horizontaal ligt en de (stationaire) stroming langs de helling omhoog gericht is.

5.3. Hoe hangt de drukval over een rechte ruwe horizontale leiding (relatieve ruwheid tussen 0,001 en 0,05) met cirkelvormige dwarsdoorsnede, waardoor een Newtonse vloeistof stroomt, af van de gemiddelde vloeistofsnelheid:

a. wanneer de stroming laminair is?

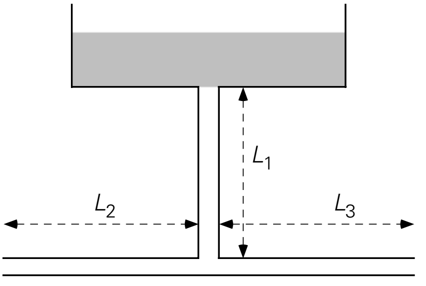
b. wanneer de stroming turbulent is?

5.4. Bij het binnenstromen van verbrandingsgassen in een schoorsteen is de druk 250 N/m^2 beneden atmosferische druk. De schoorsteen is gemaakt van gladde, stalen platen, die rondgebogen zijn tot een inwendige straal van 1,68 m. Per uur worden 15 ton verbrandingsgassen afgevoerd. De buitenluchttemperatuur is 21 °C. De druk van de buitenlucht aan de onderzijde van de schoorsteen is 1000 mbar. De dichtheid en de viscositeit van het rookgas zijn bij normale condities (0 °C en 1 bar): ρ = 1,27 kg/m^3 en μ = 15,6·10^{-6} Ns/m^2. De dichtheid van lucht (21 °C en 1000 mbar) is 1,2 kg/m^3. De temperatuur van het rookgas is 260 °C. Wat is de hoogte H van de schoorsteen?

5.5. Door een horizontale gladde leiding (met constante diameter) stroomt turbulent een vloeistof. De stroming is stationair. Met welke factor neemt de drukval over die

leiding toe als men het debiet verdrievoudigt? Hoeveel groter moet men de diameter van een nieuwe pijp kiezen om de oorspronkelijke drukval bij het drievoudig debiet te krijgen? In alle gevallen geldt: $4{\cdot}10^3 < \mathrm{Re} < 10^5$.
Verwaarloos instroom- en uitstroomverliezen.

5.6. Water stroomt uit een open bak door een verticale pijp naar beneden. Beneden splitst de pijp zich in twee horizontale pijpen. Aan de uiteinden van deze twee even lange pijpen stroomt het water vrij naar buiten (zie figuur 5.1).



Figuur 5.1. Figuur bij vraagstuk 5.6.

Hoe groot is het debiet water dat uit de open bak naar beneden stroomt? De waterhoogte in deze bak mag verwaarloosd worden ten opzichte van de lengte van de verticale pijp. Er mag aangenomen worden, dat er alleen energiedissipatie plaatsvindt tengevolge van wandwrijving. Effecten ten gevolge van snelheids-veranderingen van het water mogen worden verwaarloosd. De toestand is stationair.

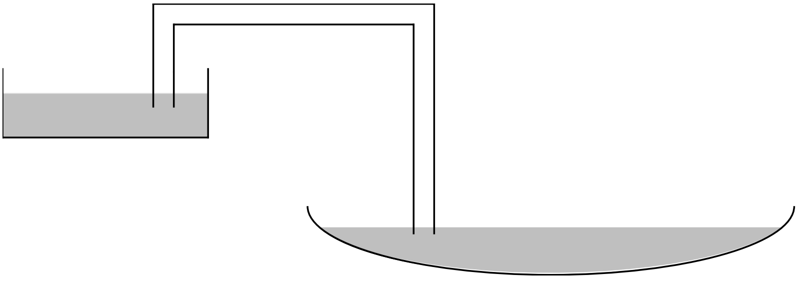
Gegevens:

lengte van de verticale pijp	: L_1 = 10 m
lengte van de horizontale pijpen	: $L_2 = L_3 = 20$ m
diameter van alle pijpen	: D = 2,5 cm
frictiefactor in de pijpen	: f = 0,01
versnelling van de zwaartekracht	: g = 9,8 m/s^2
soortelijke massa van water	: ρ = 10^3 kg/m^3

5.7. Door een pijp, waarin zich een plotselinge verwijding bevindt, stroomt water.
β = verhouding dwarsoppervlak na en voor de verwijding
v = snelheid van het water voor de verwijding
$c_{p_{\mathrm{water}}} = 4{,}2{\cdot}10^3$ J/kg °C.

Bereken de temperatuurstijging van het water ten gevolge van de verwijding, indien: $\beta = 5$ en v = 20 m/s.
Er is geen warmte-uitwisseling met de omgeving. De toestand is stationair.

5.8. In de tuin van een gepensioneerde technoloog (die fortuin heeft gemaakt) bevindt zich een grote vijver. Ernaast staat op het gras het kinderbad van z'n klein-kinderen. Het bad is gevuld met water. De kinderen zijn uitgespeeld en opa kan het water opruimen. Een snelle schatting leert hem dat er ruim 2 m^3 water in het bad zit (diameter bad ongeveer 2 m). Opa besluit het water er niet met emmers uit te halen maar met een hevel. Via de hevel loopt het water de vijver in. Hiertoe maakt opa de figuur 5.2 geschetste opstelling.

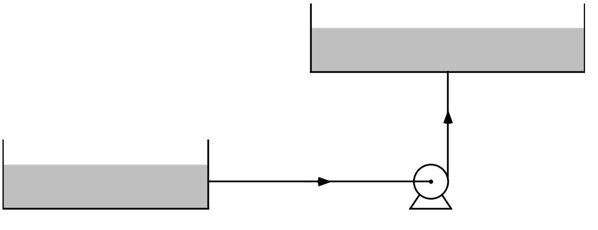


Figuur 5.2. Figuur bij vraagstuk 5.8.

De hevel bestaat uit een buis met gladde wanden: inwendige diameter 2 cm, lengte 10 meter. De hevel bevat 2 haakse bochten: weerstandsgetal per bocht is 1,3. De weerstandsgetallen voor in- en uittreeverliezen (alle betrokken op de snelheid in de hevel) zijn 0,2 respectievelijk 1,0.

Bereken, indien het hoogteverschil tussen de waterniveaus in het bad en de vijver 1 meter bedraagt, de watersnelheid in de hevel. Schat ook hoe lang het duurt voor het badje ongeveer leeg is en vermeld de aannamen bij die schatting.

5.9. *Zie figuur 5.3.* Men wil water uit een grote, laag geplaatste bak naar een grote, hoog geplaatste bak verpompen. Van de laag geplaatste bak loopt een horizontale leiding, die inwendig ruw is, naar de pomp. Van de pomp loopt een verticale leiding, die inwendig eveneens ruw is, naar de hoog geplaatste bak. Het hoogteverschil tussen de wateroppervlakken in de beide bakken mag gelijk gesteld worden aan de lengte van de verticale buis. Als bekend is, dat in de stationaire toestand door de pomp aan het water een (mechanisch) vermogen van 175 W wordt afgegeven en dat beide buizen dezelfde relatieve oppervlakteruwheid hebben, bepaal dan deze relatieve oppervlakteruwheid. Intreeverliezen van de horizontale leiding en uittreeverliezen van de verticale leiding zijn te verwaarlozen.



Figuur 5.3. Figuur bij vraagstuk 5.9.

Gegevens:

Horizontale leiding:	lengte	L_1	= 20 m
	inwendige diameter	D_1	= 3 cm
Verticale leiding:	lengte	L_2	= 4 m
	inwendige diameter	D_2	= 2 cm
Volumestroom water door de leidingen:		ϕ_v	$= 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ m^3/s
Dichtheid van water:		ρ	$= 10^3$ kg/m^3
Viscositeit van water:		μ	$= 10^{-3}$ Ns/m^2

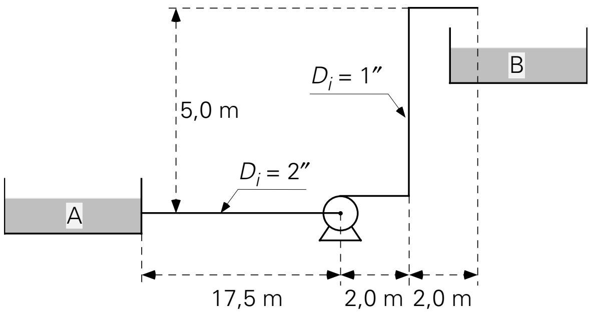
5.10. Door een gladde rechte leiding van 4 km wordt een vloeistof 10 m omhoog gepompt. Het totale rendement van de pomp is 0,8. De inlaattemperatuur van de vloeistof in de pomp is 20 °C en de druk in de vloeistof aan het einde van de leiding is gelijk aan de buitendruk (1 bar). Het debiet is 1 kg/s en de toestand is stationair. De diameter van de leiding is 5 cm.

De stofconstanten van de vloeistof zijn:
$\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2; $\rho = 10^3$ kg/m^3; $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ J/kg °C.
De vloeistofdruk vóór de pomp is 10^5 N/m^2.

Bereken:
a. Het vermogen van de pomp (P).
b. De eindtemperatuur van de vloeistof (T_e).
c. De druk in de vloeistof direkt achter de pomp (p_a)
d. P, p_a en T_e als het debiet 2 maal zo groot wordt.
e. P, p_a en T_e als de leidingdiameter 2 maal zo klein wordt.

5.11. In een installatie moet water worden verpompt van een open vat A op de begane grond naar een vat B dat 5 m hoger staat en in horizontale zin op een afstand van 21,5 m staat (zie figuur 5.4). De plaats van de pomp is op de grond 17,5 m van A. De aanvoerleiding naar de pomp heeft een inwendige diameter van 2 inch*, de afvoerleiding van de pomp heeft een inwendige diameter van 1 inch. Afsluiters zijn aanwezig.
a. Hoeveel mechanische energie wordt per seconde omgezet in warmte als 2 liter water per seconde van A naar B verpompt wordt? (De warmteontwikkeling in de pomp mag worden verwaarloosd).
b. Hoeveel bedraagt dan de maximale temperatuurstijging van het water van A naar B?
c. Welk vermogen levert de pomp bij het verpompen van A naar B van die 2 liter water per seconde?

* 1 inch = 2,54 cm



Figuur 5.4. Figuur bij vraagstuk 5.11.

Gegeven:
Voor water is $\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2; $\rho = 10^3$ kg/m^3; $c_p = 4{,}2{\cdot}10^3$ J/kgK.
De relatieve ruwheid van de buizen is 0,01; het weerstandsgetal voor haakse bochten is $K_w = 0{,}5$.

5.12. Een mijntechnoloog wil proceswater laten verpompen van het grote vat A naar het grote vat B en vraagt zich af welk vermogen zijn pomp daarvoor moet hebben. Het waterniveau staat in vat B 3 meter hoger dan in vat A. Beide vaten staan in open verbinding met de atmosfeer en zijn onderling verbonden door een 15 meter lange pijp met een inwendige diameter van 10 cm. In die pijp bevinden zich twee haakse bochten. De frictiefactor f in de ruwe pijp wordt gegeven door f = 0,1 Re$^{-1/4}$. Verder is ook gegeven dat de weerstandsgetallen van pijpingang en pijpuitgang respectievelijk 0,2 en 1,0 bedragen, terwijl het weerstandsgetal voor een haakse bocht 1,4 bedraagt (alle weerstandsgetallen zijn betrokken op de vloeistofsnelheid in de pijp). Van het water is bekend dat de dynamische viscositeit 10^{-3} Ns/m^2, de dichtheid 1000 kg/m^3 en de soortelijke warmte 4,2 10^3 J/kgK bedraagt.

a. Bereken voor een debiet van 20 liter per seconde het benodigde pompvermogen.
b. Bereken de maximale temperatuurstijging van het water als gevolg van het verpompen.
c. Vertel in één zin (of hooguit enkele zinnen) waar dat pompvermogen teruggevonden kan worden.
d. Hoeveel kun je in pompvermogen besparen door de ruwe pijp te vervangen door een pijp met gladde wand?

5.13. Met behulp van een ventilator wil men een keuken zodanig ventileren dat de lucht in de keuken per uur 15 maal ververst wordt. De ventilator zuigt de lucht uit de keuken aan en blaast deze een rechthoekig ventilatiekanaal in, dat naar buiten voert.

a. Hoe groot is het drukverschil dat de ventilator moet overwinnen als men tevens rekening houdt met de luchtweerstand aan de ingang en de uitgang van het kanaal?

b. Hoe groot is het hiervoor benodigde vermogen?

Gegevens:
Volume van de keuken : V = 24 m^3
Dichtheid van de lucht : ρ = 1,2 kg/m^3
Viscositeit van de lucht : μ = $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ Ns/m^2
Lengte ventilatiekanaal : L = 6,0 m
afmetingen van de doorsnede van het ventilatiekanaal:
breedte : B = 0,10 m
diepte : H = 0,20 m
Gemiddelde ruwheid van de wanden van het ventilatiekanaal : $\overline{x}$ = 1,3 mm
Weerstandsgetal van de ingang van het ventilatiekanaal : $(K_w)_{in}$ = 1,5
Weerstandsgetal van de uitgang van het ventilatiekanaal : $(K_w)_{uit}$ = 1,0
Beide weerstandsgetallen zijn betrokken op de snelheid in het kanaal.

5.14. Een tuinslang (D = 1 cm) van een glad, weinig flexibel materiaal (de slang mag daarom als een rechte buis worden opgevat) is 20 m lang. De slang is aangesloten op een kraan in de grond; het weerstandsgetal van de kraan, betrokken op de benedenstroomse snelheid, is K_w = 7,5. De druk voor de kraan is $2{,}65 \cdot 10^5$ N/m^2.
Aan de spuitzijde kan een mondstuk ($D_i = \frac{1}{4}$ cm) op de slang worden bevestigd; hiervoor geldt K_w = 0,1, betrokken op de snelheid in het mondstuk. Men houdt de spuitzijde 1,5 m boven de grond.
Bereken de snelheid v, waarmee water ($\rho = 10^3$ kg/m^3; $\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2) uit de tuinslang komt:
a. zonder mondstuk, en
b. met het mondstuk. Verwaarloos in beide gevallen daarbij de watersnelheid vóór de kraan.
c. Ga na of het raadzaam is om het mondstuk te gebruiken, wanneer men vuil van een schutting wil spuiten.

5.15. Uit een reservoir pompt men water ($\rho = 10^3$ kg/m^3; $\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2) door een betonnen leiding van 4 cm diameter naar een overloop. De leiding loopt horizontaal en heeft een lengte van 5 m. De gemiddelde wandruwheid bedraagt 2 mm. Aan het einde van de leiding bevindt zich een schuifafsluiter. Indien deze geheel geopend is, bedraagt het debiet door de leiding $2{,}46 \cdot 10^{-3}$ m^3/s. Indien de afsluiter voor $\frac{3}{4}$ gesloten is, bedraagt het debiet $2{,}15 \cdot 10^{-3}$ m^3/s. De totale drukval over leiding en afsluiter bedraagt bij deze debieten respectievelijk $6{,}85 \cdot 10^4$ en $9{,}25 \cdot 10^4$ N/m^2. In- en uitstroomverliezen mogen worden verwaarloosd.
a. Bereken het weerstandsgetal van een geheel geopende en een voor $\frac{3}{4}$ gesloten schuifafsluiter.
b. Indien het reservoir vloeistof bevat waarvan de dichtheid 2000 kg/m^3 bedraagt

en de viscositeit $2 \cdot 10^{-3}$ Ns/m^2 is, is het dan mogelijk om in dit systeem met dezelfde pomp een debiet van $2{,}2 \cdot 10^{-3}$ m^3/s te verpompen?
De pomp kan bij dit debiet maximaal een druk van $9 \cdot 10^4$ N/m^2 leveren.

5.16. Vanuit een bergmeertje wordt via een open rechthoekige goot (breedte 2 dm, hoogte 4 dm) water (dichtheid 10^3 kg/m^3) afgevoerd. De helling die de goot met de horizontaal maakt, is 2,9 graden.

a. Men wil de goot maximaal voor de helft gevuld hebben met water. Wat is het maximale debiet dat afgevoerd kan worden? ($4f = 0{,}07$ onder deze omstandigheden).

b. Aan het einde van de goot wordt het water omhoog gepompt door een rechte ronde stalen leiding (met een diameter van 3 dm) naar een ander, hoger gelegen bergmeer. De lengte van de leiding is 3 km en de helling met de horizontaal is weer 2,9 graden.
Voor de ronde stalen leiding geldt, wanneer het maximale debiet verpompt wordt: $4f = 0{,}015$.
Welk vermogen moet de pomp leveren?

5.17. Een verticale leiding (2,5 cm diameter, 2 m lang, glad) bevat een rotameter, drie haakse bochten voor de aansluitingen van de leiding op de rotameter en twee afsluiters. Het weerstandsgetal van deze afsluiters in geopende stand is 6. De rotameter, die ongeveer de diameter van de leiding heeft, bevat een vlotter van $25 \cdot 10^{-3}$ kg. De dichtheid van de vlotter is 2600 kg/m^3.

a. Bereken de drukval over deze leiding als er water (ρ = 10 kg/m^3; μ = 10^{-3} Ns/m^2) doorstroomt met een opwaartse snelheid van 1 m/s. De toestand is stationair.

b. Hoe verhouden zich de drukvallen en de energiedissipaties per bocht, per afsluiter, voor de pijp en voor de rotameter?

5.18. Door een leiding (D_1 = 0,10 m) stroomt een hoeveelheid water van $12 \cdot 10^{-3}$ m^3/s tot $24 \cdot 10^{-3}$ m^3/s. De stroom moet nauwkeurig gemeten worden met behulp van een meetschijf met scherpe kant. Men stelt daartoe de volgende eisen:

1. De doorstroomcoëfficiënt C_D van de meetschijf moet in het gehele gebied constant zijn. Dit betekent dat geldt $\mathrm{Re}_0 > 10^4$. (Re_0 is betrokken op D_0: de kleinste diameter van de meetschijf) en $C_D = 0{,}62$.
2. Het te meten drukverschil mag niet groter zijn dan 0,895 bar.

Hoe groot moet men de openingsverhouding $\dfrac{D_0}{D_1}$ kiezen?

De dichtheid van water is 10^3 kg/m^3. De viscositeit van water is 10^{-3} Ns/m^2. Voor het weerstandsgetal K_w van de meetschijf geldt:

$$K_w = 2{,}7(1 - m)(1 - m^2)\,\frac{1}{m^2}\,, \quad \text{mits } m < 1$$

Hierin is $m = D_0^2/D_1^2$.

5.19. Op de Mont St. Nicolas (Luxemburg) ligt een kunstmatig meer met een inhoud van $7{,}6 \cdot 10^6$ m^3. Gedurende een half etmaal (voornamelijk in de nacht) wordt het meer gevuld met water uit de 500 m lager gelegen Our. Gedurende de andere helft van het etmaal worden met water uit het meer turbines aan de Our aangedreven om elektrisch vermogen op te wekken. De dichtheid van water is 10^3 kg/m^3; de viscositeit van water is 10^{-3} Ns/m^2.

a. Welk vermogen zou dit station, afgezien van verliezen, kunnen leveren als het per etmaal 12 uur stationair draait?

De toevoer uit het meer aan de turbines geschiedt door twee parallelle ronde, betonnen buizen, 680 m lang en 6 m in diameter (ruwheid $\overline{x} = 3 \cdot 10^{-3}$ m).

b. Hoe groot zijn de stromingsverliezen, uitgedrukt als percentage van het theoretisch mogelijke vermogen?
Stel het weerstandsgetal voor de in- en uitstroomverliezen elk betrokken op de snelheid in de buizen, op 2,5.

c. Bereken dat, indien het pomprendement en het turbinerendement 75% zijn, deze wijze van energieopslag het elektrisch vermogen 1,8 maal zo kostbaar maakt; het bouwwerk zelf mag volledig als afgeschreven worden beschouwd.

5.20. Iemand wil de relatieve ruwheid van een ronde buis meten. Hij pompt daartoe water door de buis en meet de drukval over één meter van de buis. (Deze meter buis ligt ver van begin- en eindpunt van de buis.) Hij vindt een drukval van 38,2 N/m^2. Vervolgens berekent hij de frictiefactor en vindt een waarde die in overeenstemming is met de formule van Blasius.

a. 1. Bereken de frictiefactor en controleer dat deze in overeenstemming is met de formule van Blasius.
2. Mag geconcludeerd worden dat de buis glad is? Verklaar uw antwoord.

Gegevens:

- diameter buis $D = 1$ cm
- dichtheid water $\rho = 10^3$ kg/m^3
- viscositeit water $\mu = 10^{-3}$ Ns/m^2
- gemiddelde snelheid van het water in de buis $\langle v \rangle = 0{,}12$ m/s.

Vervolgens verhoogt hij de gemiddelde snelheid van het water tot 3 m/s en doet hij nog een drukvalmeting. Hij vindt nu een drukval van $2{,}7 \cdot 10^4$ N/m^2.

b. Bereken voor dit geval de frictiefactor.

c. Bepaal de relatieve ruwheid van de buis.

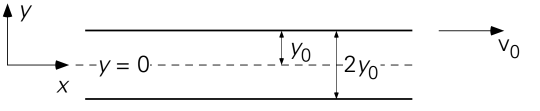
5.21. Een Newtonse vloeistof stroomt laminair door een ronde rechte buis. Waar in de vloeistof heerst de grootste schuifspanning? Leid dit af.

5.22. Tussen twee ‘oneindig’ grote, horizontale, evenwijdige platen, die een onderlinge afstand van 1 mm hebben, bevindt zich een zeer visceuze Newtonse vloeistof (μ = 100 Ns/m^2). De bovenste plaat wordt evenwijdig aan de onderste met een snelheid van 1 cm/s voortbewogen. De toestand is stationair.

a. Bereken en schets de schuifspanningsverdeling en de snelheidsverdeling tussen de platen.

b. Hoe groot is de kracht die men op de bovenste plaat per dm^2-oppervlak moet uitoefenen?

5.23. *Zie figuur 5.5.* Een Newtonse vloeistof (viscositeit μ) stroomt stationair en laminair onder invloed van een constante drukgradiënt in de x-richting tussen twee zeer grote, evenwijdige, vlakke platen. De platen bevinden zich op een afstand van $2y_0$ van elkaar. De onderste plaat staat stil, de bovenste beweegt met een snelheid v_0 in de positieve x-richting ($v_0 > 0$).



Figuur 5.5. Figuur bij vraagstuk 5.23.

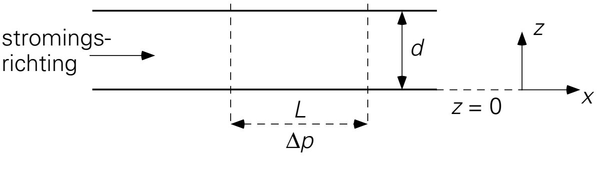
a. Leid uitdrukkingen af voor de schuifspanning τ_{yx} en voor de snelheid v_x als functie van y. Kies hierbij $y = 0$ halverwege tussen de platen.

b. Schets de profielen van τ_{yx} en v_x voor drie verschillende situaties, namelijk

$$\frac{dp}{dx} < 0,\ \frac{dp}{dx} > 0 \text{ en ook } \frac{dp}{dx} = 0.$$

5.24. Een Newtonse vloeistof stroomt stationair tengevolge van een constante drukgradiënt tussen twee zeer grote, vlakke platen. De platen staan horizontaal. De stroming is laminair. De afstand tussen de platen is d. De drukval over de lengte L is Δp. De viscositeit van de vloeistof is μ.

a. Bereken de snelheidsverdeling. Kies daartoe het in de figuur 5.6 gegeven coördinatenstelsel en neem $z = 0$ op de onderste plaat.

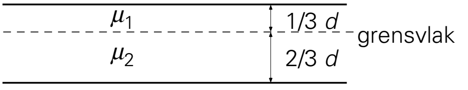


Figuur 5.6. Figuur bij vraagstuk 5.24.a,b.

b. Bereken bij welke waarde van z de snelheid maximaal is. Hoe groot is de maximale snelheid?

Vervolgens stromen tengevolge van dezelfde drukgradiënt twee lagen niet-mengbare

Newtonse vloeistoffen tussen de platen. (Vloeistof 1: laagdikte $\frac{1}{3}\,d$, viscositeit μ_1; vloeistof 2: laagdikte $\frac{2}{3}\,d$, viscositeit μ_2). De stroming is weer laminair en stationair. De verhouding μ_1/μ_2 is zodanig dat de snelheid precies op het grensvlak maximaal is.

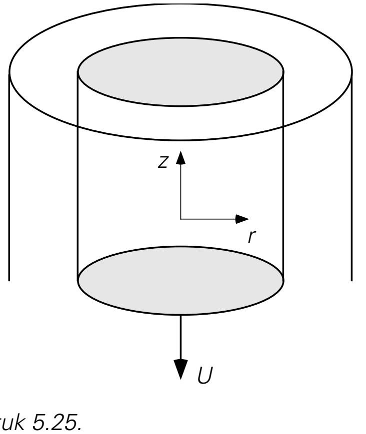


Figuur 5.7. Figuur bij vraagstuk 5.24.c.

c. *Zie figuur 5.7.* Bepaal de verhouding μ_2/μ_1.
Aanwijzing: Het resultaat van b. kan hierbij goed gebruikt worden.

5.25. *Zie figuur 5.8.* Een Newtonse vloeistof stroomt laminair en stationair tussen 2 zeer lange, coaxiale cilinders door. De beide cilinders staan verticaal opgesteld.
De binnenste cilinder is massief en heeft straal R_1, de buitenste cilinder is hol en heeft een inwendige straal $R_2 = 2R_1$.
De binnenste cilinder beweegt met een constante snelheid U omlaag. De grootte van U is numeriek gelijk aan

$$\frac{3}{4}\,\frac{\rho g}{\mu}\,R_1^2$$



Figuur 5.8. Figuur bij vraagstuk 5.25.

De buitenste cilinder staat stil.

N.B. Er is geen drukverschil over de lengte van de cilinder aangelegd.

a. Bepaal de differentiaalvergelijking voor het schuifspanningsprofiel door een balans over een plakje tussen r en r + dr (met lengte L) in de vloeistof op te stellen.

b. Bereken met de vergelijking verkregen in a. het snelheidsprofiel in de vloeistof. Vermeld expliciet de gebruikte randvoorwaarde(n).

c. Maak een duidelijke schets van het snelheidsprofiel en van het schuifspanningsprofiel.

5.26. Twee niet-mengbare Newtonse vloeistoffen A en B (viscositeiten μ_A en μ_B, waarbij $\mu_A > \mu_B$) stromen stationair ten gevolge van een drukgradiënt $\Delta p/L$ laminair tussen twee horizontale, 'oneindig' grote platen (onderlinge afstand $2a$). De beide stromen bewegen zich in lagen boven elkaar (laag B ligt boven op laag A); iedere laag heeft een dikte a.

a. Bereken en teken het schuifspanningsprofiel in beide vloeistoffen. De coördinaat loodrecht op de platen is z; deze heeft de waarde $z = 0$ op de onderste plaat, $z = 2a$ op de bovenste plaat.

b. Bereken en teken het snelheidsprofiel in beide vloeistoffen.

c. Bewijs dat de volumestroom van A per eenheid van breedte gelijk is aan

$$\phi'_{v,A} = \frac{a^3}{12\,\mu_A}\,\frac{\Delta p}{L}\,\frac{7\mu_A + \mu_B}{\mu_A + \mu_B}$$

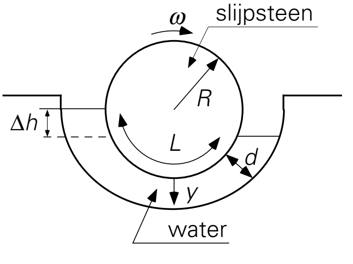
5.27. *Zie figuur 5.9.* Een brede slijpsteen (straal R) draait om een horizontale as nauw passend in een trog gevuld met water (dichtheid ρ, viscositeit μ). De hoeksnelheid van de steen is ω. Het waterniveau aan de kant waar de steen uit het water komt, staat een verticale afstand Δh hoger dan aan de andere kant. De stroming in het water is laminair en stationair. De hoogte van de spleet tussen slijpsteen en trog is d. De lengte van het bevochtigde slijpsteenoppervlak is L.

a. Bereken de snelheidsverdeling in de spleet tussen de steen en de trog als functie van y (y = afstand tot steen). Houd daarbij geen rekening met de kromming van de steen en veronderstel, dat de snelheidsverdeling langs het gehele bevochtigde slijpsteenoppervlak hetzelfde is (dat wil zeggen verwaarloos randeffecten).

b. Hoe groot is de (over y) gemiddelde snelheid van de vloeistof in de spleet?

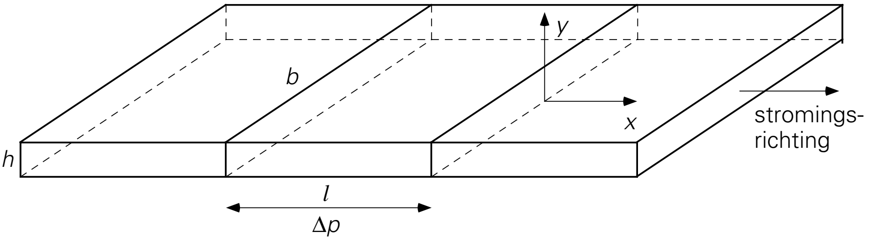
c. Bewijs met behulp van de onder a. gevonden snelheidsverdeling dat:

$$\Delta h = 6\,\frac{\mu\,\omega R L}{\rho g d^2}$$



Figuur 5.9. Figuur bij vraagstuk 5.27.

5.28. Een visceuze vloeistof stroomt laminair en onder steady-state condities door een zeer lang, horizontaal kanaal met rechthoekige doorsnede (zie figuur 5.10). De hoogte h van het kanaal is veel kleiner dan de breedte b. Daardoor mag aangenomen worden dat de verticale wanden geen invloed op de stroming uitoefenen. Kies het in de figuur aangegeven coördinatenstelsel. De gemiddelde vloeistofsnelheid is $\langle v \rangle$. De dynamische viscositeit is μ.



Figuur 5.10. Figuur bij vraagstuk 5.28.

a. Leid af dat de snelheidsverdeling in het kanaal ver van de ingang gegeven wordt door

$$v_x = \frac{6\langle v \rangle}{h^2}\,(yh - y^2)$$

waarin y de afstand tot de onderste plaat is, en dat de drukval per lengte-eenheid van het kanaal ver van de ingang gegeven wordt door

$$\frac{\Delta p}{l} = 12\mu\,\langle v \rangle h^{-2}$$

b. Druk de frictiefactor f uit in μ, h, $\langle v \rangle$ en dichtheid ρ.

c. Leid uit het resultaat van b. de relatie af tussen f en Re, waarbij Re betrokken is op h.

d. Leid ook een uitdrukking af voor f door in de uitdrukking voor de frictiefactor van een Poiseuille-stroming in een ronde buis de hydraulische diameter van het hier beschouwde kanaal in te voeren. Waarin verschilt deze uitdrukking voor f van de f gevonden bij vraag c?

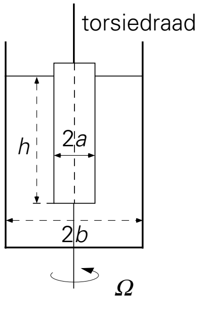
5.29. Door een oliepijpleiding (D = 20 cm) moet over zeer grote afstand een zeer visceuze olie (μ = 1 Ns/m^2) getransporteerd worden met een debiet ϕ_V. Om de daartoe vereiste voordruk te verminderen kan in de leiding een dunne waterfilm (dikte 1 mm) worden aangebracht concentrisch om de olie heen. Zolang zo'n film intact blijft, is de olie nergens in contact met de pijpwand. Deze situatie wordt core flow genoemd.
Schets het schuifspanningsprofiel en het snelheidsprofiel in deze situatie, en bereken met welke factor de drukval in de leiding vermindert t.o.v. operatie zonder waterfilm (bij hetzelfde debiet).

5.30. Een ronde, zeer ruwe rioolbuis (inwendige diameter 0,2 m), die twee open putten verbindt, voert indien hij geheel is gevuld en de toestand stationair is 4,4 m^3/min af. Er is een voorstel om deze buis overlangs door te zagen en de beide helften op het bestaande tracé te leggen (bijvoorbeeld opdat tijdens het transport zuurstofabsorptie in het afvalwater kan plaatsvinden.)

a. Bereken de schuifspanning aan de buiswand en de frictiefactor in de oude en de nieuwe situatie, voor het geval dat de buis respectievelijk de twee buishelften geheel gevuld zijn. Gegeven is dat het tracé 6° helt. Teken de schuifspanningsverdeling voor beide gevallen.

b. Wat is het maximaal mogelijke debiet door de twee parallel geschakelde halve buizen? De dichtheid van water is 10^3 kg/m^3.

5.31. *Zie figuur 5.11.* Een rotatieviscosimeter bestaat uit een ronddraaiende bak (diameter $2b$; hoeksnelheid Ω), waarin concentrisch een trommel (diameter $2a$) is opgehangen aan een torsiedraad. Voor de torsiedraad geldt: $\alpha = c{\cdot}M$, waarin M = het uitgeoefende moment en c = constante. De bak is gevuld met een Newtonse vloeistof, welke laminair stroomt. De stroming is stationair. De trommel bevindt zich over een hoogte h in de vloeistof.



Figuur 5.11. Figuur bij vraagstuk 5.31.

Leid het verband af tussen de hoekverdraaiing α van de torsiedraad en de viscositeit van de vloeistof μ. Het effect van de bodem van de trommel kan worden verwaarloosd. Tevens wordt aangenomen dat het vloeistofoppervlak horizontaal blijft.
Gegeven is dat in cilindercoördinaten:

$$\tau_{r\theta} = -\mu r \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{v_\theta}{r}\right)$$

5.32. Door een ronde, horizontale buis (straal R) stroomt stationair en laminair een niet-Newtonse vloeistof, waarvoor geldt:

$$|\tau| = K\left|\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}\right|^n$$

onder invloed van een constante drukgradiënt.

a. Bereken het schuifspanningsprofiel.

b. Bereken $v_{max}/\langle v\rangle$ als $n = 0{,}6$ en $K = 10$.
c. Schets de snelheidsprofielen voor $n = 0{,}6$ en $n = 1$ (Newtonse vloeistof) in één figuur (in beide gevallen dezelfde $\langle v\rangle$).

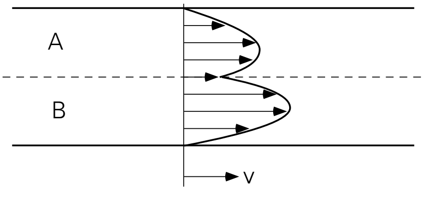
5.33. De ruimte tussen twee zeer grote, horizontale platen (onderlinge afstand 1 mm) is geheel gevuld met een visceuze niet-Newtonse vloeistof. Men oefent een zo grote kracht uit op de bovenste plaat dat deze met een snelheid van 9 mm/s parallel aan de onderste plaat gaat bewegen.
a. Bereken en schets de schuifspannings- en snelheidsverdeling in de vloeistof tussen de platen.
b. Hoe groot is de kracht, die men op de bovenste plaat per dm^2 oppervlak moet uitoefenen?

Gegevens:
Reologisch gedrag van de niet-Newtonse vloeistof:

$$\tau_{xy} = -k \left| \frac{dv_y}{dx} \right|^{-0,5} \frac{dv_y}{dx}\;;\; k = 4{,}0 \cdot 10^2\ \mathrm{N{\cdot}s^{0,5}/m^2}$$

τ_{xy} is de schuifspanning; y is de coördinaat in de stromingsrichting; x is de coördinaat loodrecht op de stromingsrichting, gerekend van de onderste plaat af.

5.34. *Zie figuur 5.12.*



Figuur 5.12. Figuur bij vraagstuk 5.34.

a. Twee niet-mengbare Newtonse vloeistoffen A en B stromen stationair ten gevolge van een drukgradiënt laminair tussen twee horizontale, 'oneindig' grote, evenwijdige platen. De beide stromen bewegen zich in twee even dikke lagen boven elkaar. Maak een principeschets van de schuifspanningsverdeling tussen de platen. Is de in de figuur 5.12 geschetste snelheidsverdeling mogelijk? Indien het antwoord nee luidt, hoe ziet de snelheidsverdeling er dan globaal uit?
b. Idem; echter nu zijn A en B twee niet-mengbare pseudoplastische vloeistoffen.

5.35. De 'viscositeit' van een niet-Newtonse vloeistof, die door een pijp stroomt, kan bij benadering worden gegeven door:

$$\mu = \mu_0 \left| \frac{dv_x}{dr} \right|$$

waarin μ_0 een constante, x de coördinaat in de stromingsrichting en r de coördinaat

in radiële richting ($r = 0$ op de as van de pijp) is.
Ga na dat de volumestroom van deze vloeistof in een horizontale pijp (straal R) onder laminaire en stationaire omstandigheden en bij een drukval Δp per eenheid van lengte wordt gegeven door:

$$\phi_v = \frac{2\pi}{7}\, R^{7/2}\sqrt{\frac{\Delta p}{2\mu_0 L}}$$

5.36. In sommige gevallen stroomt een Bingham-vloeistof door het eigen gewicht niet uit een (nauwe) verticale buis. De dichtheid van de vloeistof is ρ. De 'yield stress' is τ_0.
Bereken bij welke buisdiameters dit het geval is.

5.37. Men wil bij benadering de yield stress bepalen van tandpasta (een Bingham-vloeistof) in een tube. Daartoe wordt de tube aan de onderzijde opengeknipt en wordt de ontstane opening tot een cirkel gebogen. Ook het dopje wordt er af gedraaid. Wordt de tube met de bovenkant (de kant waar het dopje op zat) naar beneden gehouden, dan loopt de tandpasta er niet uit. Wanneer de tube met de opengeknipte onderzijde naar beneden wordt gehouden, dan loopt de tandpasta er wel uit! De tube heeft een diameter van 20 mm; de opening van het dopje heeft een diameter van 4 mm. De soortelijke massa van de tandpasta is 1000 kg/m^3.
Tussen welke grenzen ligt de yield stress?

5.38. Een Bingham-vloeistof stroomt tussen twee verticale platen die zeer lang en breed worden verondersteld en die zich op 1 cm afstand van elkaar bevinden. De stroming is laminair en stationair. Kies de x-as in de stromingsrichting en de y-as loodrecht op de platen.

Van de vloeistof is gegeven:
vloeigrens τ_0 : 30 Pa
viscositeit : 0,1 Pa·s
dichtheid : 1000 kg/m^3

a. Bereken en teken het schuifspanningsprofiel τ_{yx}. (waar is $\tau_{yx} = 0$?)
b. Bereken de snelheid van de vloeistof in het midden van de stroming en teken het snelheidsprofiel.

5.39. Op een zeer grote, vlakke plaat, die een hellingshoek α heeft van 5 graden, ligt een 5 mm dikke laag Bingham-vloeistof, die net niet stroomt. De dichtheid van de vloeistof is 1400 kg/m^3.
a. Stel een krachtenbalans op voor een dunne plak in de laag, leid de uitdrukking af voor het schuifspanningsprofiel en teken dit profiel in de laag. De coördinaat langs de plaat is y. De coördinaat loodrecht op de plaat is x ($x = 0$ op de plaat).
b. Hoe groot is de yield stress τ_0?

c. Als nu de hellingshoek α vergroot wordt tot 15 graden, bereken dan waar in de laag de schuifspanning gelijk is aan τ_0. Schets nu voor deze situatie het schuifspanningsprofiel en het snelheidsprofiel in de laag.
N.B. De stroming is stationair en laminair.

d. Bereken de volumestroom per eenheid van breedte van het hellende vlak (bij helling van 15 graden). $\mu_p = 1$ Pa·s.

5.40. Langs de buitenzijde van een zeer lange, verticaal opgestelde cilinder met straal R stroomt een vloeistof in een film laminair naar beneden. De stroming is stationair. De dikte van de film is δ.

a. Stel een krachtenbalans op over een ring van lengte L en met straal tussen r en $r + \mathrm{d}r$ ($R \leq r \leq R + \delta$).

b. Bereken en schets het schuifspanningsprofiel. Geef expliciet de gebruikte randvoorwaarde.

c. Schets op basis van de randvoorwaarden het snelheidsprofiel voor een Newtonse vloeistof.

d. Leid een uitdrukking af voor het snelheidsprofiel voor een Newtonse vloeistof.

e. Schets het snelheidsprofiel voor een Bingham-vloeistof als ondanks de yield stress de laag stroomt.

5.41. Een oneindig grote plaat met een dikte D heeft aan de onderzijde ($x = 0$) een temperatuur T_0 en aan de bovenzijde ($x = D$) een andere temperatuur T_1. In de plaat vindt een uniforme warmteproduktie q plaats (waarbij q uitgedrukt wordt in W/m^3), waardoor de plaat warmer is dan zijn omgeving. De warmtegeleidingscoëfficiënt λ van het materiaal, de dichtheid ρ en de soortgelijke warmte c_p mogen alle constant worden verondersteld. De toestand is stationair.

a. Welke grootheid wordt getransporteerd en wat is zijn eenheid?

b. Stel voor een volume-elementje de balans op die het transport van deze grootheid beschrijft en leid de vergelijking voor het temperatuurprofiel af.

c. Leid af waar in de plaat de temperatuur maximaal is.

d. Hoe vereenvoudigen balans en temperatuurprofiel zich als $q = 0$?

Beschouw nu de laminaire stroming van een vloeistof tussen twee evenwijdige platen van oneindige grootte onder invloed van een uniforme drukgradiënt ($-\,\mathrm{d}p/\mathrm{d}y$). Afstand van de twee platen is D. De bovenste plaat beweegt met een snelheid v_1, de onderste plaat staat stil. De vloeistof is Newtons (viscositeit μ). De toestand is stationair.

e. Welke grootheid wordt er nu getransporteerd en wat is zijn eenheid? Stel voor de stroming de balans op, die het transport van deze grootheid beschrijft. Wat is de eenheid van ($-\,\mathrm{d}p/\mathrm{d}y$)?

f. Schrijf nu, uitgaande van de onder b. afgeleide uitdrukking voor het temperatuurprofiel, rechtstreeks de uitdrukking op voor het snelheidsprofiel. Licht de analogie toe (welke grootheden komen in de plaats van q en λ?)

5.42. Een vlakke plaat met breedte b en lengte l wordt zeer behoedzaam en langzaam met een constante snelheid v over het gladde oppervlak van zeer diep water getrokken (water is een Newtonse vloeistof). Beschouw een punt P aan het wateroppervlak op het moment dat daar de voorkant van die plaat arriveert. Vanaf dat moment ($t = 0$) bevindt de plaat zich boven P en is daar dan aan het langsschuiven.

a. Wat wordt er vanaf $t = 0$ bij P in het water door een moleculair proces in verticale richting getransporteerd en wat is de eenheid van deze getransporteerde grootheid?

b. Welke wet geeft de flux (= stroomdichtheid) van deze grootheid?

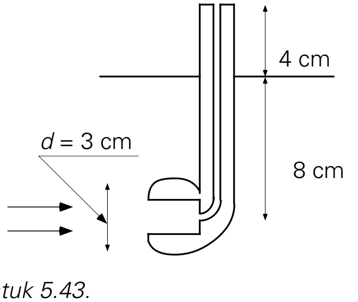
c. Tot op welke diepte is dit moleculaire transport gevorderd na een periode t, waarin die plaat nog steeds bij P aan het langsschuiven is? Gebruik deze diepte om de gradiënt in de uitdrukking voor de flux (vraag b) te schrijven als een functie van v en t.

d. Geef ook de uitdrukking voor de schuifspanning uitgeoefend op de plaat bij P op tijdstip t en schrijf deze als functie van de afstand x van P tot de voorkant van de bewegende plaat.

e. Leid af hoe de totale kracht, nodig om bedoelde plaat met die vaste snelheid v te laten voortbewegen, afhangt van de lengte l van de plaat. (Verwaarloos mogelijke effecten aan de zijranden van de plaat).

5.43. Prof. v. S. maakt op een zondagochtend een wandeling langs de rivier de Dinkel. Om de stroomsnelheid in deze rivier bij een vernauwing te meten, steekt hij zijn Falconpijp (zonder filter) in het water met de kop in de stroomrichting (zie figuur 5.13). Als het uiteinde van de steel nog 4 cm uit het water steekt, begint er juist water uit te stromen.

Inwendige diameter van de steel is 1 mm.
Uitwendige diameter 5 mm.
$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$
$\rho_{H_2O} = 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$, $\mu_{H_2O} = 10^{-3}\ \mathrm{Ns/m^2}$



Figuur 5.13. Figuur bij vraagstuk 5.43.

a. Hoe groot zijn de stuwdruk en de stroomsnelheid in de rivier ter hoogte van de kop van de pijp?

b. Als hij zijn pijp iets verder laat zakken, bijvoorbeeld zo ver dat het mondstuk zich juist onder water bevindt, komt er een stroming op gang door de steel van de pijp. Hoe groot is dan de gemiddelde snelheid van het water door de steel van de pijp? Neem dezelfde stuwdruk aan als onder a. en verwaarloos in- en uitstroomverliezen. Neem tevens aan dat de stroming laminair is (Controleer dit!)

c. Welke kracht wordt door de stroming op de pijp uitgeoefend als de pijp zich juist geheel onder water bevindt? Veronderstel hierbij dat de stroomsnelheid van de rivier niet met de hoogte varieert. Beschouw de kop als een gesloten bol, en kop en steel als aparte lichamen.

5.44. Een eerstejaars student Scheikundige Technologie meldt zich op een dag bij het bedrijf waar hij een stage van 2 maanden zal lopen. Van de process engineer, die verantwoordelijk is voor een verbouwing aan een proeffabriek, krijgt onze student zijn eerste opdracht:
In de bestaande opstelling wordt water van 20 °C opgewarmd tot (gemiddeld) 30 °C door het met een debiet van 37,2 l/min te leiden door een gladde koperen buis (inwendige diameter 3 cm), waarvan de wand op 40 °C wordt gehouden. De toestand is stationair. Om ruimte te winnen stelt de process engineer voor deze buis te vervangen door twee parallel geschakelde buizen, ook glad en ook van koper, waarbij het oppervlak van de doorsnede van ieder van deze buizen de helft is van het oppervlak van de doorsnede van de oorspronkelijke buis. Volgens de process engineer kunnen, om dezelfde opwarming te realiseren, deze twee buizen dan korter zijn dan de oorspronkelijke buis, terwijl de drukval gelijk blijft. De student en ook u wordt gevraagd dit te controleren door benodigde buislengte en drukval voor beide gevallen te berekenen. De fysische eigenschappen van water bij 25 °C zijn gegeven:

ρ = 1000 kg/m^3
μ = 9·10^{-4} Ns/m^2
λ = 0,61 W/mK
c_p = 4,18 kJ/kgK

Antwoorden

1. Balansen

1.1. *a.* 16,02 m^3/h; *b.* 27,9 kg/h.
1.2 *a.* 45,1 kmol; *b.* 1350 kg.

1.3. *a.* $c_1 + c_2 = c_0$; *b.* $c_2 = \frac{1}{2} c_0 \{1 - \exp(-2\frac{\phi_v}{V} t)\}$.

1.4. *a.* $x_1(t) = x_1(0) \exp(-\frac{\phi_m}{M} t)$; *b.* $x_2(t) = \left(x_2(0) + x_1(0)\frac{\phi_m}{M} t\right) \exp(-\frac{\phi_m}{M} t)$;
c. $t_{max} = 1184$ s; $x_{2max} = 0{,}030$ kg/kg.

1.5. *b.* $\frac{c}{c_0}(t) = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \exp(-\frac{3}{2}\frac{\phi_V}{V} t)$; *c.* $c(\infty) = \frac{4}{3} c_0$.

1.6. *a.* $\frac{c_1(t)}{c_0} = \exp\left[-\frac{\phi_V t}{V}\right]$; *b.* $2\phi_V$; *c.* $\frac{c_2(t)}{c_0} = \exp\left[-\frac{\phi_V t}{V}\right]$.

1.7. *a.* $V(t) = \frac{1}{4} V_0 + \frac{1}{4} \phi_V t$; *b.* $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(Vc) = \phi_V c_0 - \frac{3}{4}\phi_V c$; *c.* $\frac{c}{c_0} = 1 - \left[1 + \frac{\phi_V t}{V_0}\right]^{-4}$.

1.8. $\frac{c(t)}{c_0} = \frac{\phi_V/V}{\phi_V/V + k_r}\left(1 - \exp\left[-\left(\frac{\phi_V}{V} + k_r\right)t\right]\right)$.

1.9. *a.* $\frac{c_0}{c_2} = \frac{\exp\left[(1-a)\frac{kV}{\phi_1}\right] - a}{1-a}$;

b. $a = 0 \rightarrow \frac{c_0}{c_2} = \exp\left[\frac{kV}{\phi_V}\right]$ propstroom

$a = 1 \rightarrow \frac{c_0}{c_2} = 1 + \frac{kV}{\phi_V}$ ideaal geroerd vat.

1.10. *a.* $\frac{c}{c_0} = 1 - \exp[-\frac{\phi_V}{v}t]$; *b.* $c(t) = c_0[1 - \exp(-\frac{\phi_V}{v}t)] - \frac{V}{\phi_V}k_0[1 - \exp(-\frac{\phi_V}{v}t + 1)]$;

c. –
1.11. *a.* 144 min; *b.* 1,12 g/m^3.
1.12. 270 s.

1.13. *a.* $\frac{c_1}{c_0}(t) = 1 - \exp(-\frac{\phi_v}{V} t)$; *b.* $\frac{c_2}{c_0}(t) = 1 - 2\exp(-\frac{\phi_V}{2V} t) + \exp(-\frac{\phi_V}{V} t)$;
c. $F(\theta) = 1 - 2\exp(-\frac{3}{2}\theta) + \exp(-3\theta)$; *d.* $C(\theta) = 3\{\exp(-\frac{3}{2}\theta) - \exp(-3\theta)\}$;
met $\theta = \frac{t}{\tau}$.

1.14. *a.* $\dfrac{c_1(t)}{c_0} = \exp\left[-\dfrac{\phi_V t}{V}\right]$; *b.* $\dfrac{c_2(\mathrm{t})}{c_0} = \exp\left[-\dfrac{\phi_V t}{V}\right]$; *c.* $\phi_{V3} = \phi_V + 2\phi_v = 3\phi_V$;
d. $\dfrac{c_3(t)}{c_0} = \left(1 + \dfrac{\phi_V t}{V}\right) \exp\left[-\dfrac{\phi_V t}{V}\right]$;
e. $F(\theta) = 1 - (1 + \theta) \exp[-\theta]$, $C(\theta) = \theta \exp[-\theta]$.

1.15. *a.* $V(t) = \frac{1}{2} V_0 + \frac{1}{2} \phi_V t$; *b.* $\rho c_p \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (VT) = \phi_V \cdot \rho c_p T_1 - \frac{1}{2} \phi_V \cdot \rho c_p T$;
c. $\dfrac{T - T_1}{T_0 - T_1} = \left[1 + \dfrac{\phi_V t}{V_0}\right]^{-2}$; *d.* $T = T_1 - \frac{1}{4}(T_1 - T_0)$.

1.16. *a.* $c_{\mathrm{stat}} = 29$ kg/m^3, $T_{\mathrm{stat}} = 97$ °C; *b.* 53 s

1.18. methaan 117 mol/s, lucht 1170 mol/s.

1.19. *a.* J/Ks; *b.* $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\rho c_p VT) = \phi_V \cdot \rho c_p T_1 - \phi_V \cdot \rho c_p T - \beta(T - T_a)$;

c. $T = \dfrac{\mathrm{T}_1 + \dfrac{\beta}{\rho c_p \phi_V} T_a}{1 + \dfrac{\beta}{\rho c_p \phi_V}} - \dfrac{T_1 - T_a}{1 + \dfrac{\beta}{\rho c_p \phi_V}} \exp\left[-\left(\dfrac{\phi_V}{V} + \dfrac{\beta}{\rho c_p V}\right) t\right]$.

1.20. *a.* $T - T_0 = 0{,}02$ K; *b.* 48,5 s; *c.* $[\beta]$ = J/Ks, $\ln \dfrac{T - T_a}{T_0 - T_a} = -\dfrac{\beta}{\rho c_p V} t$.

1.21. *a.* 25,3 bar; *b.* 2,5 MW.

1.22. *a.* $p_H = p_0 - \rho_a g H$; *b.* $0 = u_1 - u_2 - \displaystyle\int_1^2 p \,\mathrm{d}\left(\frac{1}{\rho_g}\right)$;
c. $0 = \displaystyle\int_1^2 \frac{1}{\rho_g} \mathrm{d}p + gH$; *d.*46,3 m; *e.* T_g lager $\rightarrow \rho_g$ hoger $\rightarrow H$ groter of p_1 hoger.

1.23. *a.* stuwdruk: 491 Pa, snelheid: 0,99 m/s; *b.* 0,34 J/kg.

1.24. 0,38 m^3/s.

1.25. 0,32 m.

1.26. 0,6.

1.27. $\mathrm{v}(z) = \sqrt{2g(h_0 - z)}$; *b.* $\phi_V = \frac{32}{105} \sqrt{2g} \dfrac{h_0^{7/2}}{a^2}$; *c.* 0,82 m$^{1/2}$.

1.29. in beide gevallen 225 N.

1.30. *a.* 5 %; *b.* 14 %.

1.31. *a.* –; *b.* $F_x = 25 \cdot 10^3$ N; $F_y = -23 \cdot 10^3$ N.

1.32. *a.* $\mathrm{v}_2 = \mathrm{v}_3 = 2\mathrm{v}$; *b.* $p_2 = p - \frac{3}{2} p\mathrm{v}^2$;
c. $F_{x,w\rightarrow f} = 4\rho A \mathrm{v}^2(\sqrt{3} - 1) - pA(4 - \sqrt{3})$.

1.33. *a.* 2,4 m/s; *b.* $p_1 - p_2 = 1{,}1 \cdot 10^5$;
c. $F = -1286$ N tegengesteld aan stromingsrichting.

1.34. *a.* $F_{x,w\rightarrow f} = -F_{x,f\rightarrow w} = \rho \frac{\pi}{4} D^2 \mathrm{v}^2$; *b.* $F_{w\rightarrow f} = \frac{\pi}{2} D^2 (p_{\mathrm{vat}} - p_{\mathrm{omg}})$.

1.35. $\mathrm{v} = 28{,}6$ m/s; *b.* $F_v = 1862$ N $< mg$.

1.36. 4,4 mm.

2. Mechanismen, kentallen, krachten

2.2. $n = 50\ \text{min}^{-1}$.
2.3. 625 kg/ms.
2.4. 36 m/s.
2.5. *c.* $\dfrac{\Delta p_{\text{werkelijk}}}{\Delta p_{\text{schaal}}} = \dfrac{1}{4}$.
2.7. *b.* 0,1 mm; *c.* $\frac{2}{3}$ m/s; *d.* 67,5.
2.8. $V_{\max} = 3{,}14\, D\sigma/\rho g$.
2.9. *b.* 1,2;
c. $c_1 = 4{,}8\cdot 10^{-5}\ \text{kg/m}^3 < 10^{-4}\ \text{kg/m}^3$, dus de schoorsteen is hoog genoeg.
2.10. 500 N.
2.11. *a.* $\Delta h = f(D, \rho, g, \sigma)$; *b.* $\dfrac{\Delta h}{D} = k\left(\dfrac{\sigma}{\rho g D^2}\right)^{\alpha}$; *c.* $\Delta h = \dfrac{4\sigma}{\rho g D}$.
2.12. *a.* $\phi = \phi(d_e, \mu, \rho_l, \Delta\rho, \mathrm{v}_g, g, \sigma)$; $\phi = k\ \mathrm{Ga}^n\ \mathrm{Re}^b\ \mathrm{We}^c\ (\Delta p/\rho_l)^d$.
b. Re: traagheid t.o.v. wrijving; We: traagheid t.o.v. oppervlaktespanning;
Ga: opwaartse kracht t.o.v. wrijving;
c. toe met $\Delta\rho$: grotere krachten t.g.v. $\Delta\rho \rightarrow$ meer vervorming af met σ: grotere bolling
2.13. *a.* $h_0 = \left(\dfrac{9}{8g}\right)^{1/3}(\phi_V)^{2/3}$; *b.* $h_0 = f(\phi'_V, g) \rightarrow h_0 = k\left(\dfrac{1}{g}\right)^{1/3}(\phi'_V)^{2/3}$.
2.14. *a.* $d = d(\rho_a, \mathrm{v}_0, \mu_b, \rho_b, \sigma) \rightarrow \mathrm{We} = \dfrac{\rho_a \mathrm{v}_0^2 d}{\sigma}$; $\mathrm{Oh} = \dfrac{\mu_b}{(\rho_b d\sigma)^{1/2}}$ met Oh = Ohnesorge; $\tilde{\rho} = \dfrac{\rho_a}{\rho_b}$;
b. herschrijf als: $\mathrm{We} = 12(1 + \mathrm{Oh})^{0{,}72}$, $\tilde{\rho}$ blijkbaar niet nodig;
c. coëfficiënten zijn niet dimensieloos! Relatie is geen goede weergave van de fysische werkelijkheid.
2.15. *a.* $\dfrac{P}{\rho N^3 D^5} = k\ \mathrm{Re}^{\alpha}$; *b.* 390 toeren/min; *c.* –.
2.16. *a.* $\mu_2/\mu_1 = 1{,}6$ en $\mu_3/\mu_1 = 2{,}4$; *b.* 18 s en 26 s.
2.17. *a.* $b = 4\rho_b D/3C_d\rho_l$; *b.* Klopt goed.
2.18. 4,2 m/s.
2.19. *a.* 494; *b.* 0,46 Ns/m^2.
2.20. *a.* zuiverwater: beloppervlak beweeglijk; vuil water: beloppervlak star;
b. 0,16 m/s; *c.* $C_{D,\text{zuiver}}/C_{D,\text{vuil}} = 0{,}24$.
2.21. *b.* 9,1 s.
2.23. *b.* 6,4 m^3/s.

3. Warmtetransport

3.1. *b*. $2{,}1 \cdot 10^9$ J; *c*. 470 °C.

3.2. *a*. 1000 W; *b*. 948 °C.

3.3. *a*. –; *b*. $T = 3{,}2 \cdot 10^2\ (6{,}25 \cdot 10^{-2} - x^2)$ °C.

3.4. *a*. $\langle T \rangle - T_0 = \dfrac{\phi''_{\text{in}}}{\rho c_p L} t$; *c*. $\dfrac{\partial T}{\partial t} = \dfrac{\lambda}{\rho c_p} \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}$;

d. $\dfrac{\partial T}{\partial t} = \dfrac{\phi''_{\text{in}}}{\rho c_p L}$; *e*. $T = T_0 + \phi''_{\text{in}} \left[\dfrac{t}{\rho c_p L} + \dfrac{x^2}{2\lambda L} - \dfrac{x}{\lambda} + \dfrac{L}{3\lambda}\right]$.

3.6. *a*. $1{,}37 \cdot 10^4$ s = 3,81 uur; *b*. 1,86 uur.

3.7. *a*. $1{,}68 \cdot 10^5$ W; *b*. 47 minuten.

3.8. *c*. $\theta = \frac{1}{2}\, \theta_0\, \frac{1}{\mathrm{r}}\, D$.

3.9. *a*. $194 \cdot 10^7$ J/m^2; $65 \cdot 10^7$ J/m^2; *b*. minstens 141 m^2.

3.11. *a*. $T_d = T_0 + Wd/h$; *b*. $\phi''_w = h(T_d - T_0) = -\lambda\left(\dfrac{dT}{dx}\right)_{x=d}$;

c. $T = T_0 + \dfrac{Wd}{h} + \dfrac{W}{2\lambda}(d^2 - x^2)$; *d*. $x = 0$.

3.12. 307 W; 103 W.

3.13. 22,7 uur.

3.14. 74 seconden.

3.15. *b*. 25 min.; *c*. 32 min.

3.17. *a*. 2,2 mm; *b*. 1,73.

3.18. $2 \cdot 10^{-7}$ m^2/s.

3.19. *a*1. 1,27 uur; *a*2. 0,63 uur; *b*. 3,8 uur.

3.20. *a*. –; *b*. 2,2 uur.

3.21. 0,176 W/m °C.

3.23. $h = 3{,}66(\lambda/D)\left(\dfrac{\mu}{\mu_w}\right)^{0,14}$

3.24. 5,2 m.

3.25. *a*. 2,42 m (20 °C); 2,27 m (30 °C); *b*. 1,61 m (20 °C); 1,69 m (30 °C).

3.26. *a*. 62 m; *b*. –; *c*. doorverwarming; 24 m; *d*. 24 m.

3.27. *a*1 $\langle T \rangle = T_z + (T_0 - T_z) \exp\left\{-\dfrac{4U}{\rho c_p D v} x\right\}$, met U is totale warmteoverdrachts-coëfficiënt; *a*2 10,04 °C; *b*1 4,7 mm.

3.28. $\dfrac{L_0}{D_i^{0,8}} = 31\ (m^{0,2})$, mits Re > 10^4 (d.w.z. $D_i < 3{,}5 \cdot 10^{-2}$ m).

3.29. $\lambda = 0{,}03$ W/m °C.

3.30. *a*. $5 \cdot 10^5$ W/m^2; *b*. 8,4 m.

3.31. *a*. 400 W/m^2 K; *b*. $h_{\text{inwendig}} = 1432$ W/m^2 K, $h_{\text{uitwendig}} = 555$ W/m^2 K.

3.32. *a*. $\phi_V = 0{,}79$ l/s; *b*. $h = 1{,}08\, \dfrac{\lambda}{D} \left(\dfrac{ax}{D^2 v}\right)^{-1/3}$;

c. $\ln \frac{T - T_w}{T_0 - T_w} = -1{,}08 \frac{\pi a}{\phi_V} \left(\frac{D^2 \mathrm{v}}{a}\right)^{1/3} \cdot \frac{3}{2} x^{2/3}$; *d*. $T_L = 74$ °C > 60 °C.

3.33. *a*. –; *b*. ≈ 22 uur.

3.34. 15,8 m.

3.35. *a*. $h_u = 7200$ W/m^{2}K, $h_i = 400$ W/m^{2}K → $1/h_{ui} < 1/h_i$;
b. 18,4 s; *c*. 8,1 m.

3.36. *a*. $t_1/t_2 = 4$; *b*. $L_1/L_2 = 2$.

3.37. *a*. $\Delta T = f(\mathrm{v}, D, L, P, \mu, \rho, c_p, \lambda)$

$\frac{\Delta T \rho^2 D^2 \lambda}{\mu^3} = \mathrm{Re}^a \cdot \mathrm{Pr}^b \cdot \left(\frac{L}{D}\right)^c \cdot \left(\frac{P \rho^2 D}{\mu^3}\right)^d$; *b*. $4{,}24 \cdot 10^2$ W/m^{2}K;

c. $h = 0{,}57 \frac{\lambda}{D} \left(\frac{\rho D}{\mu}\right)^{1/2} \mathrm{Pr}^{1/3} \mathrm{v}^{1/2}$; *d*. 4,0 m/s.

3.38. *a*. $\alpha = \frac{V c_p}{\pi D^2}$; *b*. 0,6 s; *c*. 3,5 s.

3.39. *a*. –; *b*. $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\rho c_p V T) = \phi_m \cdot c_p (T_0 - T) - UA(T - T_0) + P$; *c*. $T_{\mathrm{stat}} = 70$ °C;
d. $T = 25{,}7$ °C.

3.40. *a*. glas: 6,37; koper: 0,013; *b*. glas: 4,8 s; koper: 1,0 s.

3.41. *a*. 6,71 m; *b*. 10,1 m.

3.42. *a*. 7 °C; *b*. $1{,}0 \cdot 10^3$ W/m^2 °C.

3.43. 52 °C.

3.44. $n = 72$; $L = 3{,}9$ m.

3.45. *b*. 1,74; *c*. 1,15; *d*. 2.

3.46. *a*. $\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{D \ln R_2/R_1}{2\lambda} + \frac{1}{h_u}$; *b*. 1408 W/m^{2}K; *c*. –; *d*. –.

3.47. *a*. $U = 3{,}38 \cdot 10^3$ W/m^2 K; *b*. $(x/\lambda) = 7{,}63 \cdot 10^{-5}$ m^2 K/W.

3.48. *a*. $U = 70$ W/m^2 K; *b*. $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \frac{4 U D_u}{\mathrm{v} D_i^2 \rho_w c_{pw}} (T_u - T)$; *c*. 81 °C.

3.49. 240 W.

3.50. *a*. $h = 4{,}88$ Wm^{2}K; *b*. –;
c. $h \propto L^{-1/4}$; hoe kleiner L hoe groter h, dus liggen is beter.

3.51. *a*. 370 km/h; *b*. $\mathrm{v} \approx 2{,}8 \cdot 10^4$ m/s, $T = 5700\ K \rightarrow \lambda_{\max} = 5100$ Å.

3.52. *a*. –; *b*. $\langle \mathrm{Nu} \rangle = 0{,}17 (\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr})^{1/3}$; *c*. $T_{\mathrm{dak}} = 63$ °C;
d. neen, $\phi''_{\mathrm{straling}}(T = 63\ °\mathrm{C}) = 723$ W/m^2.

3.53. met straling: $T_{st} = 41$ °C, zonder straling: $T_{st} = 52$ °C.

3.54. *a*. –; *b*. 92 W; *c*. slechts $3 \cdot 10^{-4}$ kg/s.

4. Massatransport

4.1. *a*. $1{,}25 \cdot 10^{-10}$ kg/s; *b*. 62,2 dag;
c. (i) Sh = 2 geldt voor langere tijden; voor korte tijden geldt een penetratietheorie;

(ii) Sh = 2 geldt voor constante boldiameter.
4.2. *a*. 45 cm; *b*. 0,57 kg/m^2; *c*. 1,7 kg/m^3.

4.3. *a*. $\mathrm{v} = 11{,}7$ m/s; *b*. $\tau = 21{,}4$ s; *c*. $x_e = 3{,}2 \cdot 10^{-4}$ m;
d. $\dfrac{c_g}{p_0} = 3{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s^2 m^{-2}}$; *e*. $\dfrac{\langle c \rangle}{c_0} = 119$.
4.4. *a*. 4,4 mm; Fo = 1,5 10^{-4}; *b*. 4,81·10^{-2} kg/m^3; *c*. ≈ 78 dagen.
4.5. 5,7 m.
4.6. ca. 50 uur.
4.7. *a*. 1,4·10^5 s; *b*. 1100 s; *c*. 1040 s.
4.8. *a*. $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{2kc^*}{\rho}$, waarin $k = \dfrac{\mathrm{Sh}\mathbb{D}}{D}$; b. Sh = 10.
4.9. 1,0·10^{-5} m^2/s.
4.10. *a*. 3,3·10^{-8} kg/s; *b*. 1,3·10^{-5} m^2/s; *c*. tenminste 100 min.
4.11. *a*. nul; *b*. $0 = \left(-D \dfrac{c_{\mathrm{tot}}}{c_{\mathrm{tot}} - c} \dfrac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x}\right)_x - \left(-D \dfrac{c_{\mathrm{tot}}}{c_{\mathrm{tot}} - c} \dfrac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x}\right)_{x+\mathrm{d}x}$
c. $\dfrac{c_{\mathrm{tot}} - c}{c_{\mathrm{tot}} - c^*} = \left(\dfrac{c_{\mathrm{tot}}}{c_{\mathrm{tot}} - c^*}\right)^{x/l}$; *d*. $\phi''_{\mathrm{mol}} = \dfrac{Dc_{\mathrm{tot}}}{L} \ln \dfrac{c_{\mathrm{tot}}}{c_{\mathrm{tot}} - c^*}$.
4.12. *a*. $\phi''_{\mathrm{Fe_2O_3}} = -D \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} c_{\mathrm{Fe_2O_3}} + \phi''_{\mathrm{drift}} \dfrac{c_{\mathrm{Fe_2O_3}}}{c_0}$, $\phi''_{\mathrm{O_2}} = -D \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} c_{\mathrm{O_2}} + \phi''_{\mathrm{drift}} \dfrac{c_{\mathrm{O_2}}}{c_0}$;
b. $\phi''_{\mathrm{Fe_2O_3}} = -\tfrac{2}{3} \phi''_{\mathrm{O_2}}$; *c*. $\phi''_{\mathrm{O_2}} = -\dfrac{D}{1 - \tfrac{1}{3} c/c_0} \dfrac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x}$; *d*. $\ln \dfrac{3c_0 - c}{3c_0} = \ln \tfrac{2}{3} \cdot \dfrac{x}{\delta}$.

4.13. 3,9 m.
4.14. *a*. $\dfrac{c}{c_0} = \exp\left(-\dfrac{2kx}{\mathrm{v}R}\right)$; *b*. $m = \pi R^2 \mathrm{v}_0\left[1 - \exp\left(-\dfrac{2kL}{\mathrm{v}R}\right)\right]$;
c. $\dfrac{M}{\pi R^2 \mathrm{v} c_0} = \mathrm{const.} \cdot \left(\dfrac{k}{\mathrm{v}}\right)^{\alpha} \left(\dfrac{L}{R}\right)^{\beta}$.
4.15. Uit Re > 10 volgt: $D < 8{,}4$ cm. Kies b.v. $D = 7{,}0$ cm, dan wordt $L = 73$ cm bij uitlaatconcentratie 9 mg/l.
4.16. *a*. 9,7 m; *b*. 9,3 m.
4.17. *a*. 0,96·10^{-4} m/s; *b*. $c = c^*\left(1 - \exp\left(-\dfrac{2k}{R} t\right)\right)$;
c. $D = D_0 - \dfrac{Rc^*}{2\rho_k}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{2k}{R} t\right)\right)$; *d*. 2,9·10^3 s.

4.18. 152 s.
4.19. *a*. 3,1·10^{-5} m/s; *b*. 15,2 kg/m^3; *c*. 7,6·10^{-3} kg/s; *d*. 9,0·10^{-3} kg/s;
e. 8,5·10^{-3} kg/s.

4.20. *a*. $\phi''_m(z) = \sqrt{\dfrac{\mathbb{D}\mathrm{v}}{\pi z}}\, c^*$; *b*. 21,1 °C; *c*. $\sqrt{2}\, \phi_m$.
4.21. *b*. $c_{v1} = c_{v1}(0) \exp\left\{-\phi_v t/(mV_{v1} + V_{\mathrm{gas}})\right\}$.
4.22. *a*. m/s; *b*. $\dfrac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}t} = k_l a(c^* - c) - r$; *c*. $c_e = c^* - \dfrac{r}{k_l a}$; *d*. -;
e. $\ln \dfrac{c - c_e}{c_0 - c_e} = -k_l a t$; *f*. 0,23 s^{-1}.

4.23. *a*. 1,19 maal zo klein; *b*. 1,68 maal zo groot.

4.24. *a*. $\phi_m(t{=}0) = 3{,}5\cdot 10^{-8}$ kg/s; *b*. $D_0^2 - D^2 = 4\mathrm{Sh}\mathbb{D}\dfrac{c^*}{\rho_x}t$; *c*. 0,5 mm.

4.25. *a*. $\langle \mathrm{Nu}\rangle = C(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr})^{1/4}$; $\langle \mathrm{Sh}\rangle = C(\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Sc})^{1/4}$; *b*. $\frac{3}{4}$.

4.26. *a*. 30; *b*3. 30; *b*4. $4\cdot 10^{-3}$ kg/m^3.

4.27. *a*. $m = 2$; *b*. $m = 1{,}785$.

4.28. $k = \dfrac{\phi_v c_w}{((c_g/m) - c_w)A}$ (m/s).

4.29. *a*.

	benzeen	water
indringdiepte (mm)	0,97	1,7
grensvlak conc. (mol/l)	$8{,}5\cdot 10^{-3}$	$0{,}85\cdot 10^{-3}$
grensvlak concentratiegradiënt (mol/lm)	–1,55	–0,50

b. $9\cdot 10^{-4}$ mol/l.

4.30. $c_{iw} = 2{,}5$ kg/m^3; $c_{it} = 25$ kg/m^3.

4.31. $\mathbb{D} = 1{,}56\cdot 10^{-9}$ m^2/s.

4.32. *b*. $\dfrac{c_{v1}}{c_{v1}(0)} = \exp\left(-\dfrac{\phi_v t}{mV_{v1} + V_{\mathrm{gas}}}\right)$

4.33. *a*. 2,3 m^3 lucht per m^3 water, 28,9 g/m^3; *b*. 34,7 g/m^3, 21,6 g/m^3;
c. tegenstroom: drijvende kracht over gehele kolomlengte optimaal.

4.34. *b*. 6/7.

4.35. 29,8.

4.36. *a*. binnen Sh = 6,6; buiten Sh = 2; $\dfrac{k_{\mathrm{water}}m}{k_{\mathrm{olie}}} = 182$;
b. $\dfrac{k_{\mathrm{water}}m}{k_{\mathrm{olie}}} = 346$; *c*. 22 s.

4.37. 1,7 uur.

4.38. *a*. $v \propto D^2$; *b*. $\ln\dfrac{c_{\mathrm{A}}}{c_{\mathrm{A},0}} = -\dfrac{12\mathbb{D}}{mD^2}\,t$; *c*. $\dfrac{c_{\mathrm{A},L}}{c_{\mathrm{A},0}} = \mathrm{e}^{-16}$;
d. bezinktijd toegenomen met factor 4.

4.39. *a*. 0,18 m/s; *c*. 180 s.

4.40. 4,4 °C.

4.41. $3\cdot 10^{-8}$ mol/s.

4.42. Gecombineerd warmte- en stoftransport.
Het ijs neemt de ‘natte-bol’-temperatuur aan. De lucht is zo droog dat deze ‘natte-bol’-temperatuur ≤ 0 °C is, zodat het ijs droog blijft. In dit geval wordt de warmte die van de lucht naar het ijs wordt getransporteerd, gebruikt om ijs te sublimeren: het ijs gaat direkt over in waterdamp; er wordt geen water gevormd.

5. Stromingsleer

5.1. $ML^{-1}T^{-2}$, MLT^{-2}, $ML^{-1}T^{-2}$, $ML^{-1}T^{-2}$, –, –.
5.2. *a*1 0,6 °C; *a*2 304 Pa; *b*. 0,6 °C; 304 Pa.
5.3. *a*. laminaire stroming $\Delta p \sim \langle v \rangle$; *b*. turbulente stroming $\Delta p \sim \langle v \rangle^2$.
5.4. 47 m.
5.5. 6,8 maal; $D_2 = 1{,}50\ D_1$.
5.6. $1{,}4 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$.
5.7. 0,03 °C.
5.8. 1,1 m/s; 2 uur
5.9. $\bar{x}/D = 10^{-2}$.
5.10. *a*. $P = 435$ W; *b*. $T_e = 20{,}08$ °C; *c*. $p_a = 4{,}5 \cdot 10^5\ N/m^2$; *d*. $P = 2430$ W; $p_a = 10{,}7 \cdot 10^5\ N/m^2$; $T_e = 20{,}27$ °C; *e*. $P = 8860$ W; $p_a = 72 \cdot 10^5\ N/m^2$; $T = 22{,}09$ °C.
5.11. *a*. 244 W; *b*. 0,03 °C; *c*. 356 W.
5.12. *a*. 1022 W; *b*. $5{,}2 \cdot 10^{-3}$ K;
c. potentiële en inwendige (thermische) energie; *d*. 37 W.
5.13. *a*. 64,5 Pa; *b*. 6,45 W.
5.14. *a*. 2,3 m/s; *b*. 14,7 m/s; *c*. schoonspuiten→ hoge impulsstroomdichtheid ρv^2, dus met mondstuk
5.15. *a*. 26,8; 54,3; *b*. neen.
5.16. *a*. $7{,}8 \cdot 10^{-2}\ m^3/s$; *b*. 123 kW.
5.17. *a*. $\Delta p = 28067\ N/m^2$;
b.

	pijp	afsluiter	bocht	rotameter
drukval	20600	3000	400	307
energiediss.	960	3000	400	307

5.18. $0{,}55 < \dfrac{D_0}{D_1} < 1$.
5.19. *a*. 860 MW; *b*. 0,6 à 0,7%.
5.20. *a*1. $4f = 0{,}060$; *a*2. neen!; *b*. $4f = 0{,}060$; *c*. relatieve ruwheid 0,03.
5.21. op de wand
5.22. *b*. 10 N.
5.23. *a*. $\tau_{yx} = -\dfrac{dp}{dx}\, y - \dfrac{\mu v_0}{2 y_0}$;
$v_x = -\dfrac{{y_0}^2}{2\mu}\dfrac{dp}{dx}\left(1 - \dfrac{y^2}{{y_0}^2}\right) + \frac{1}{2} v_0 \left(1 + \dfrac{y}{y_0}\right)$.
5.24. *a*. $v_x = \dfrac{\Delta p}{2\mu L}\,(zd - z^2)$; *b*. $z = \frac{1}{2} d$; $v_{x,\max} = \dfrac{\Delta p}{8\mu L}\, d^2$; *c*. $\mu_2/\mu_1 = 4$.
5.25. *a*. $\dfrac{d}{dr}\,(r\tau_{rz}) = -\rho g r$; *b*. $v_z(r) = -\frac{1}{4}\dfrac{\rho g}{\mu}\,(R_2^2 - r^2)$; *c*. –;
5.26. *a*. $\tau_{zx} = \dfrac{\Delta p}{L}\left\{z - \frac{1}{2} a \dfrac{\mu_B + 3\mu_A}{\mu_B + \mu_A}\right\}$; *b*. $v_x^A = -\dfrac{\Delta p}{2L\mu_A}\left\{z^2 - \dfrac{\mu_B + 3\mu_A}{\mu_B + \mu_A} az\right\}$

$\mathrm{v}_x{}^{\mathrm{B}} = -\dfrac{\Delta p}{2L\mu_{\mathrm{B}}}\ \{z^2 - 4a^2 + a(2a - z)\dfrac{\mu_{\mathrm{B}} + 3\mu_{\mathrm{A}}}{\mu_{\mathrm{B}} + \mu_{\mathrm{A}}}\}.$

5.27. *a.* $\mathrm{v} = \dfrac{1}{2\mu}\dfrac{\rho g \Delta h}{L}(y^2 - yd) - \dfrac{\omega R}{d}y + \omega R$; *b.* $\langle \mathrm{v} \rangle = 0$.

5.28. *a.* –; *b.* $f = \dfrac{12\mu}{\rho\langle \mathrm{v}\rangle h}$; *c.* $f = \dfrac{12}{\mathrm{Re}}$; *d.* $f = \dfrac{8}{\mathrm{Re}}$.

5.29. $\dfrac{\Delta p_{\text{zonder film}}}{\Delta p_{\text{met film}}} = 40.$

5.30. *a.* $\tau_w = 51{,}2$ N/m^2; $f = 0{,}019$ (Voor oude en nieuwe situatie gelijk); *b.* 4,4 m^3/min.

5.31. $\mu = \dfrac{\alpha}{4\pi\Omega hc}\cdot\dfrac{b^2 - a^2}{a^2 b^2}$.

5.32. a. $\tau_{rx} = -\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}\cdot\dfrac{\mathrm{r}}{2}$; *b.* 1,75.

5.33. *a.* $\tau_{xy} = -1{,}2\cdot 10^3$ N/m^2 (onafhankelijk van x); $\mathrm{v}_y(x) = 9x$ mm/s; *b.* 12N.

5.36. $D \leq 4\tau_0/\rho g$.

5.37. $10 < \tau_0 < 50$ (N/m^2).

5.38. *a.* $\tau_{xy} = \rho g(x - \frac{1}{2}d)$; *b.* 0,2 m/s.

5.39. *a.* $\tau_{xy} = -\rho g(D - x)\sin\alpha$; *b.* $\tau_0 = 6{,}0$ N/m^2; *c.* $x = 3{,}3$ mm; *d.* $\phi'_v = 7{,}6\cdot 10^{-5}$ m^3/ms.

5.40. *a.* $0 = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r\tau_{rz}) + \rho g r$; *b.* $\tau_{rz} = -\frac{1}{2}\rho g r + \frac{1}{2}\rho g\dfrac{(R + d)^2}{r}$; *c.* –;

d. $\mathrm{v}_z = -\dfrac{\rho g}{2\mu}(R + d)^2 \ln\dfrac{r}{R} + \dfrac{\rho g}{4\mu}(r^2 - R^2)$; *e.* –;

5.41. *a.* energie (warmte); J; *b.* balans: $q + \lambda\, \mathrm{d}^2T/\mathrm{d}x^2 = 0$;

$T - T_0 = -\dfrac{q}{2\lambda}(x^2 - xD) + (T_1 - T_0)\dfrac{x}{D}$; *c.* $x = \frac{1}{2}D + \dfrac{\lambda}{q}\dfrac{T_1 - T_0}{D}$;

d. $\dfrac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \dfrac{x}{D}$; *e.* impuls, kg m/s; $-\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y} + \mu\dfrac{\mathrm{d}^2\mathrm{v}}{\mathrm{d}x^2} = 0$; N/m^3;

f. $\mathrm{v} = -\dfrac{1}{2\mu}\left(-\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y}\right)(x^2 - xD) + \mathrm{v}_1\dfrac{x}{D}$.

5.42. *c.* $\sqrt{\pi\nu t}$; *d.* $\tau_w = \dfrac{\mu}{(\pi\nu)^{1/2}}\dfrac{\mathrm{v}^{3/2}}{x^{1/2}}$; *e.* $F = 1{,}13\,\mu^{1/2}\rho^{1/2}b\mathrm{v}^{3/2}l^{1/2}$.

5.43. *a.* $\frac{1}{2}\rho\mathrm{v}^2 = 400$ Pa; $\mathrm{v} = 0{,}89$ m/s; *b.* $\bar{\mathrm{v}} = 0{,}10$ m/s; *c.* 0,41 N.

5.44. Eén buis: $L = 5{,}2$ m; $\Delta p = 1{,}6\cdot 10^3$ Pa; Twee buizen: $L = 3{,}3$ m; $\Delta p = 16\cdot 10^3$Pa.

200 Vraagstukken Fysische Transportverschijnselen

Harrie van den Akker, Robert F. Mudde & Ed Stammers

Synopsis: Dit boekje bevat oefenmateriaal voor het bestuderen van de basisstof Fysische Transportverschijnselen. Daarbij staat de aanpak van het opstellen van balansen centraal: geen oplossingen zonder balansen! Steeds dezelfde stapsgewijze aanpak gebruiken helpt ook. De indeling van de vraagstukken volgt de inhoud van het theorieboek.

Harrie van den Akker
TU Delft | Applied Physics

Biography: Harrie van den Akker studeerde als fysisch technoloog af bij de TU Eindhoven. Hij heeft jarenlang het vak Fysische Transportverschijnselen gedoceerd binnen meerdere opleidingen van de TU Delft en was meerdere keren 'teacher of the year'. Hij won de Delftse Leermeesterprijs 2011 en was in 2021 Visiting Professor for Distinguished Teaching aan Princeton University. Sinds 2013, is hij hoogleraar stromingsleer aan de Universiteit van Limerick.

.

Robert F. Mudde
TU Delft | Applied Physics

Biography: Robert F. Mudde studeerde natuurkunde in Leiden. Hij heeft jarenlang het vak Fysische Transportverschijnselen gedoceerd binnen meerdere opleidingen van de TU Delft en was meerdere keren 'teacher of the year'. Hij stond aan de wieg van twee MOOCs over Transportverschijnselen die door tienduizenden over de hele wereld zijn gevolgd. In 2016 werd hij benoemd tot Distinguished Professor in Science Education van de TU Delft. Momenteel is hij Vice President Education / Vice Rector Magnificus van de TU Delft.

Met medewerking van Ed Stammers, jarenlang docent Fysische Transportverschijnselen

TU Delft

ISBN 978-94-6366-681-7
DOI: https://doi.org/10.5074/t.2023.003

textbooks.open.tudelft.nl